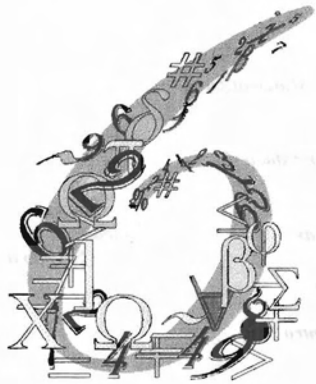
VI Encontro de Investigação em Educação Matemática

Desenvolvimento Curricular em Matemática

Actas



Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação
Secção de Educação Matemática

Portalegre
1998

Título
Desenvolvimento Curricular em Matemática

Sub-Título
VI Encontro de Investigação em Educação Matemática - Actas

Organização das Actas
Graça Cebola
Manuel A. Pinheiro

Organização do Encontro
Paulo Abrantes
Mário Ceia
Albano Silva
Graça Cebola
Manuel A. Pinheiro
Fernando Pires
Luís Pinheiro
Paula Alegre
Paulo Rodrigues

Composição, Montagem e Revisão
Graça Cebola
Manuel A. Pinheiro

Capa
Cristina Sala

Edição
Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação
Secção de Educação Matemática

Depósito Legal
N.º 117 262/97

1ª Edição
Portalegre 1998

Tiragem
400 Exemplares

Impressão
GRAFIPROGRESSO, Artes Gráficas, LDA.
Largo Dragões de Olivença, 108
7101 ESTREMOZ CODEX

Nota:
Edição Patrocinada pela Fundação Calouste Gulbenkian

CONFERÊNCIAS PLENÁRIAS

PREFÁCIO

Publica-se nesta brochura um conjunto de textos subordinados ao tema ***Desenvolvimento Curricular em Matemática***. Estes textos são a versão escrita dos trabalhos que foram apresentados no VI Encontro de Investigação em Educação Matemática, promovido pela Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

O Encontro contou com cerca de cem participantes, professores/ /investigadores, de diferentes graus de ensino, e decorreu em Castelo de Vide, entre 6 e 8 de Abril de 1997.

Pretendeu-se, durante estes dias, reflectir sobre um tema actual da educação - o desenvolvimento curricular -, em particular, no que diz respeito à disciplina de Matemática, e contribuir para o surgimento e aprofundamento de novas investigações no âmbito da Educação Matemática.

Deste modo, o programa do Encontro incluiu, basicamente, quatro conferências plenárias e dois grupos de discussão.

Os grupos de discussão funcionaram em paralelo e, no início, foi solicitado a cada participante que optasse apenas por um dos grupos e que nele se mantivesse durante os dois dias do Encontro. Para fomentar a troca de ideias e experiências, as comunicações apresentadas foram então agrupadas consoante duas temáticas:

Grupo A: Tarefas e Materiais;

Grupo B: Estratégias de Desenvolvimento Curricular.

No final, antes da sessão de encerramento, os dinamizadores de cada grupo de discussão efectuaram uma síntese dos respectivos trabalhos e o coordenador da Secção fez um balanço global do Encontro e lançou novas pistas para futuros trabalhos.

Índice

Do Desenho a Demonstração. Investigação Geometrica e Inovação Curricular

Joaquin Giménez
Universitat Rovira y Virglii.
Tarragona.
Catalunya.Espanha.

Josep M. Fortuny
Universidad Autónoma de Barcelona.
Catalunya.Espanha.

Resumen

En estas líneas nos proponemos reconocer algunas relaciones entre innovación curricular en geometría e investigación en la enseñanza obligatoria. Nos preocupa fundamentalmente las implicaciones entre ambas, ejemplificado en nuestras recientes investigaciones sobre cognición y procesos de demostración mediante el uso de ordenadores con estudiantes de 11-14 años (Fortuny y Giménez, in press). Finalmente tratamos de responder a la pregunta: ¿O qué a nossa pesquisa contribuiu na inovação curricular geométrica?

1. Presentação: Preocupações.

Al hablar de investigación y currículo estamos considerando dos ejes de acción y reflexión. Reconocemos que en los marcos de análisis sobre investigación en educación matemática, deben definirse claramente los objetos, fines y paradigmas así como reconocer un análisis de resultados, métodos y aplicaciones. Por otra parte en los aspectos curriculares, deben tenerse en cuenta componentes como conceptualización, enseñanza y observación de lo que sucede, integración e interacción. ¿Cuál es el lugar de la innovación? Innovar no es sólo hacer "algo nuevo". Investigación sobre innovación nos parece que es un elemento inicial y clave del control de calidad del proceso que trata de combinar los dos ejes citados. En efecto, para ejercer un análisis sobre los procesos de aprendizaje debemos plantear algo nuevo en el desarrollo curricular. Así, vamos a interesarnos por cómo se desarrolla y qué índice de calidad e impacto recibe. Para ello señalaremos ante todo nuestras preocupaciones, informaremos de nuestras intenciones, desarrollaremos un ejemplo y mostraremos unas conclusiones.

Tres tensiones en la relación innovación curricular e investigación.

¿En qué sentido relacionamos ambos ejes en nuestro trabajo reciente? Nuestro trabajo investigación sobre innovación curricular lo hemos centrado sobre el análisis del reflejo de ***un interés creciente de la comunidad*** y no sólo como investigación del cambio en cuanto analiza si lo que se ha proyectado se realiza o no. Este otro tipo de análisis es más curricular e intencional y lo hace normalmente la administración, introduciendo finalidades diferentes que nos mantienen siempre activos y no aposentados. Otro aspecto dialéctico de las relaciones se centra en los posibles cambios de de objetos y paradigmas de investigación o bien ***la visión crítica de lo educativo***. Si bien lo primero se centra en innovar en la investigación, lo segundo se centra en innovar en el desarrollo concreto. En nuestro trabajo hemos optado por lo segundo. Ello no quiere decir que no se deban hacer análisis de tipo más global.

Asimismo una de las variables que inciden en la relación se centra en lo metodológico: frente a un posible análisis de los cambios curriculares centrados en el desarrollo (y por lo tanto mayoritariamente en el papel del profesorado), en nuestro caso focalizamos el ***análisis sobre intervención*** de aula, haciendo partícipe a los profesores de "nuestro" diseño de desarrollo, sin que analicemos como eso puede poner en movimiento creencias y actitudes del profesorado. Así, de las posibles relaciones entre innovación curricular e investigación, hemos optado por las que se han marcado en negrita.

Un ejemplo centrado en lo cognitivo geométrico.

En lo que sigue vamos a relatar una experiencia que hemos realizado. El objetivo de la misma era comprender y especialmente mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación del razonamiento geométrico, y en particular, la conjeturación. Especialmente nos interesamos en el sistema que subyace al proceso. Tratamos de describir modelos cognitivos sobre el razonamiento pedagógico así como el papel tutorial del profesor en las relaciones geométricas enfatizando: "el papel de experto", eficacia, y eficiencia en relación con el aprendizaje de los estudiantes en geometria. La metodología de investigación ha usado métodos de la ingeniería del conocimiento: (a) tareas con papel y lápiz y entrevistas, (b) transcripción y analisis de videos, (c) interpretacion e induccion de datos, (d) relacionar patrones en observacion, (e) notar conductas sistemáticas, (f) reacciones a entrevistas y relatorios, ...

Como parte de herramientas instrumentales presentamos una diversidad de situaciones sobre habilidades de alto nivel, en un contexto cabri--tutor, como parte de un paquete de evaluación, de forma que se revelan algunas interacciones en el aula. El posible desarrollo de las aplicaciones se relaciona con: diseño, uso y análisis de instrumentos diagnósticos de evaluación y tratamiento de la diversidad de habilidades incluye un impacto en la futura construccion de un sistema tutorial Inteligente para la Educación Matemática.

2. As Intenções.

La investigación en innovación curricular que citamos se ha orientado al diseño y verificación en un entorno multicultural en donde los "mundos" que consideramos son: cognicion, interpretacion, educacion y matematizacion. Asimismo, los términos que usamos provienen de diccionarios diferentes como: Sistema, conocimiento, arquitectura cognitiva, tutorial, interaccion, tópico, episodios, modelos temporales, "expertise", ingeniería del conocimiento, "modelo del estudiante", sistema tutorial inteligente,... (E. Wenger, 1987; D. McArthur et al., 1990), la Antropología (M. Eisenhart, 1988), las Ciencias de la Educación y las Matemáticas (A. Arcavi, A. H. Schoenfeld, 1992).

El punto de vista *sistémico* que adoptamos, requiere que *explicitemos* las *componentes* y *interacciones* que actuan en el proceso de enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas. Es decir, las componentes de su

arquitectura, como un modelo para el conocimiento didáctico. Se trata evidentemente de un modelo intencional y temporal que debe mantener su consistencia y adaptación con los sujetos implicados: profesor como tutor y estudiantes como alumnos aprendices en *dominios de conocimiento* temáticos y locales de las Matemáticas. En esta arquitectura distinguimos las siguientes áreas: BASES DE CONOCIMIENTO, ELEMENTOS SITUACIONALES y EXPERIENCIA EDUCATIVA.

* Las BASES DE CONOCIMIENTO actuan como una *unidad central del proceso*. Disponen a su vez de varios submódulos que interaccionan con otros submódulos en las otras áreas. Estos submódulos son: **Conocimiento Pedagógico, Modelo del Estudiante** y **Dominio Temático**. En la base de conocimiento pedagógico se explicitan tanto las técnicas y propuestas educativas, como los modelos de implementación y control y las limitaciones e influencias del pensamiento del profesor. En cuanto al modelo del estudiante se incluyen diferentes registros: nivel cognitivo, actitud hacia las Matemáticas, ritmos de aprendizaje, factores humanos y orientación cognitiva. El tercer submódulo corresponde al dominio de conocimiento temático de las Matemáticas de Secundaria en algunos aspectos locales .

* El área de ELEMENTOS SITUACIONALES corresponde al *sistema de memoria*. Se desglosa en dos unidades, una en la que registran las condiciones y la otra en la que se guardan los episodios del proceso, es decir, su evolución histórica. Las condiciones se desglosan a su vez en submódulos: **Diagnosis sobre el modelo de estudiante** que registra el profesor o tutor a partir de la base de conocimiento del modelo pedagógico. La **Planificación Local** que incluye la representación del contexto, los contenidos y las actividades y los modelos de desarrollo interactivo. El submódulo de **Planificación General** donde se registran los temas y objetivos terminales, así como el diseño en la implementación didáctica y el módulo de **Perfil de Aprendizaje** del estudiante a partir del cual se activan las rutinas cognitivas que permiten **Tomar Decisiones**.

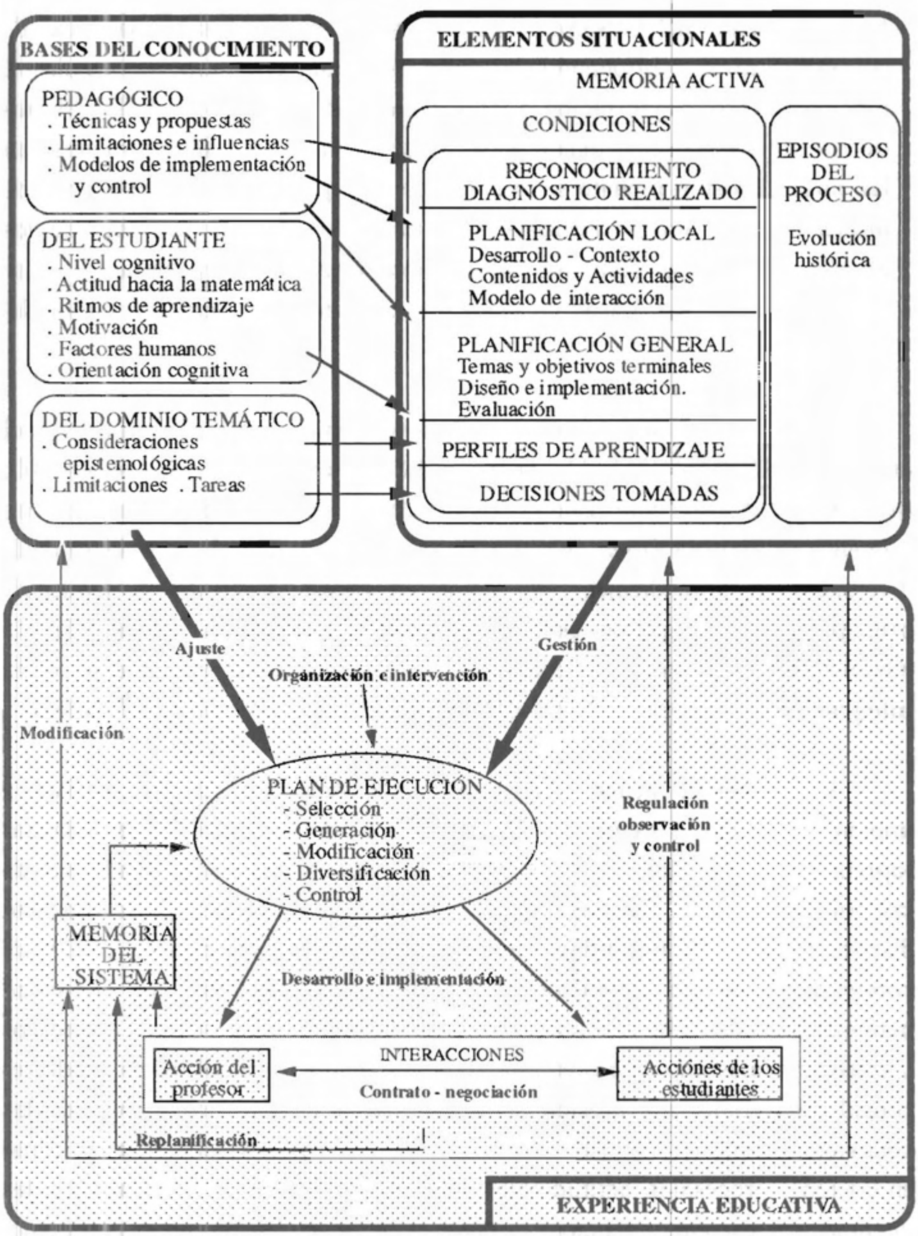


Fig. 1. Estructura y Arquitectura del proceso de enseñanza--aprendizaje de las Matemáticas

* La tercera área de la EXPERIENCIA EDUCATIVA representa el *sistema de Entrada/Salida* del proceso. Aquí es donde ajustándose a la base de conocimiento y gestionando los elementos situacionales se regula el funcionamiento, organización e intervención didáctica mediante los **Planes de Ejecución**. Se seleccionan, generan, modifican, diversifican y controlan las tareas. Posteriormente se desarrollan e implementan en un marco de **interacción mútua** las acciones del profesor/tutor y las acciones de los estudiantes. Como resultado de la interacción se *replanifican* y se *modifican* tanto las bases de conocimiento como la memoria activa del sistema.

En el escenario que mostramos como ejemplo, nos centramos en el área de los ELEMENTOS SITUACIONALES, concretamente en el submódulo del *Perfil de Aprendizaje*. Uno de los resultados será el de disponer de reglas inferenciales para la *Toma Juiciosa de Decisiones* sobre el tratamiento de la diversidad de aprendizajes. Así como en otros escenarios la tendencia principal de investigación estaría orientada a modelar la **interacción**, la modelización cognitiva de este está encaminada, prioritariamente a la **integración** de *competencias locales y globales y el rango de habilidades*.

La finalidad general de esta modelización es la de diseñar e implementar una sistemática de evaluación del proceso de enseñanza--aprendizaje de la Matemática en forma de *Paquete Integrado* donde una de las componentes es precisamente el *seguimiento* de tareas que comportan distinto "**rango de habilidad**" matemática. **El rango** indica el *grado de complejidad* de las operaciones mentales implicadas en una actividad matemática, y describe el *grado de interconexión* entre los factores cognitivos y motivacionales implicados en una actividad matemática. El rango puede ser considerado como la expresión de la cantidad y calidad progresiva de las conexiones, tanto en los sistemas conceptuales radiales y secuenciales, como en las redes procesales, actitudinales y motivacionales. Estos sistemas y redes intentan representar intenciones, conatos y acciones de procesos como: matematizar, interpretar, procesar, diseñar algoritmos,...

Las actividades de alto rango implican relaciones procedimentales y factuales donde el sujeto debe establecer varias interrelaciones. Situar tres niveles de rango, implica reconocer que hay una situación "intermedia" entre el bajo y alto nivel. En efecto, recoge las situaciones en que se resuelven algunas inferencias unidas con otro tipo de relaciones (necesidad de la memoria, relación con otro procedimiento) en un punto del proceso. Las ideas de rango parten del planteamiento de pensamiento superior (Resnick L., 1987).

En las actividades de alto rango, se exigen capacidades como: el desarrollo de razonamiento, comunicación, interpretación y orignialidad entre otras. Pueden considerarse habilidades de nivel medio las que implican establecer relaciones simples (no lineales), resolver problemas "como el que se ha hecho", es decir acciones en las que hay un referencial, pero no es explícito. Consideramos que el rango permite establecer diferenciaciones entre tipos de actividades, y permite pensar en que personas de "bajo nivel cognitivo" pueden realizar actividades de alto rango. Ello es especialmente importante en términos de evaluación, pues indica un marco de referencia nuevo a tener en cuenta. Esta conceptualización ha sido implementada y discutida y refinada en cursos de formación incial y permanente del profesorado durante los dos últimos años. Lo que ha permitido llegar al nivel de concreción que aquí se describe.

3. O exemplo: Do desenho a demostração.

En la figura esquematizamos el diseño de investigación realizada para reconocer el valor de los procesos de conjeturación y demostración así como los instrumentos que se están desarrollando (Giménez y Fortuny, 1995) para comprender un proceso de innovación curricular en geometría en la faja de 11 a 14 años, mediante el uso de medios múltiples (entre ellos, informáticos).

Una de las originalidades de nuestro trabajo de investigación, reside precisamente en el abordamiento en paralelo del problema de la modelización y potenciación de la evolución de los estudiantes y el desarrollo profesional del profesor, estableciendo modelos de interacciones entre ambas partes.

Nuestra hipótesis básica de trabajo es que la elección de un determinado y específico material curricular hace evolucionar, tanto las competencias profesionales del profesor-tutor como como las habilidades matemáticas de alto rango de los estudiantes en un proceso en paralelo.

La parte de la derecha del esquema siguiente hace referencia a la primera cuestión de investigación, relativa al desarrollo de las habilidades de alto rango en los alumnos de secundaria. Mientras que la parte izquierda corresponde a la segunda cuestión de investigación, en la que se propone establecer un modelo de control del desarrollo profesional del profesor-tutor.

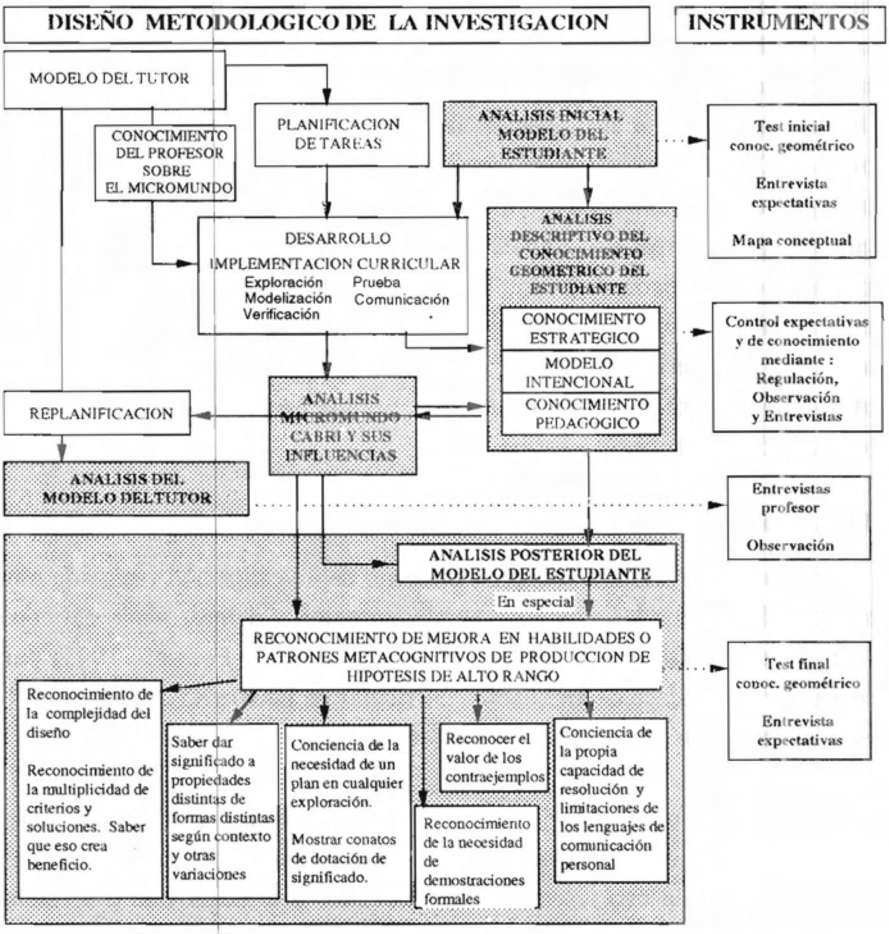


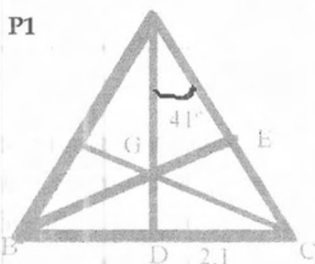
Fig. Arquitectura y diseño de investigación del sistema

Sobre los instrumentos utilizados.

Como instrumentos iniciales se utilizan situaciones breves abiertas (ver la figura) en las que se plantea la observación gráfica y aspectos de la capacidad de producir hipótesis. Los estudiantes nunca habian mantenido contacto con CABRI antes de la experiencia y ninguno había encontrado este tipo de problemas en su aprendizaje.

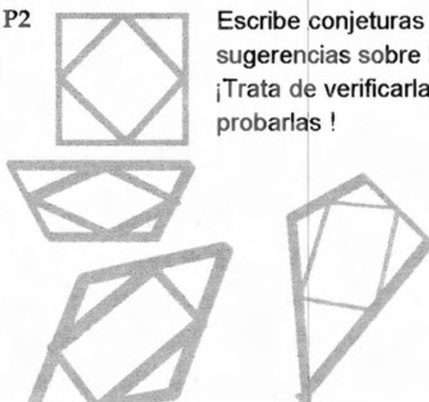
Ante preguntas como las que se muestran en el dibujo, estudiantes como Catalina, ante el problema P1 dicen: "El triángulo grande es isósceles. BGD y GDC son escalenos con un ángulo recto. Tr GEC = BGA... Los segmentos BG=GC. C= J= 41°, H=2, Y, de acuerdo con Pitágoras ... GC = ... Otros, como Belén , calculan x=h=2 mediante el área del triángulo y dice: Los triángulos GDC y GDB son iguales.S= 2,1. Tienen un ángulo recto (90º). Los triángulos LGB y EGC son también iguales. P= 82º, 180-82=98, B+C=98º, B= 49,C= 49.

P1



El area de CDG es 2,1.
Escribe una lista de relaciones significativas.

P2

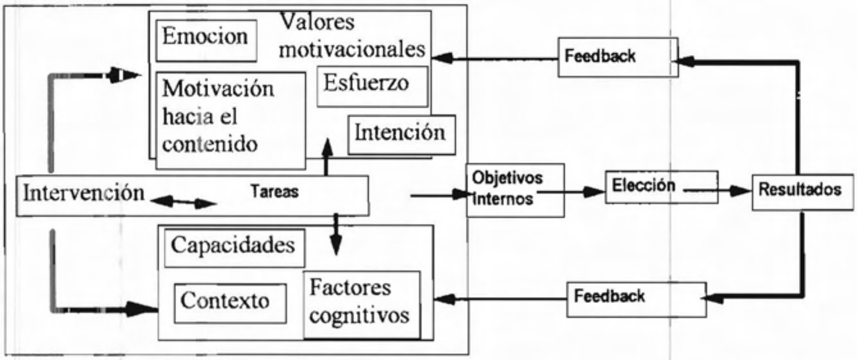


Escribe conjeturas o sugerencias sobre los dibujos. ¡Trata de verificarlas o probarlas !

Las respuestas de los estudiantes ante el problema P2 son diferenciadas. Catalina dice: En todos los dibujos se marca la mitad. Veo siempre lineas paralelas, uniendo los puntos medios de los lados. Se ve también la mitad de la figura. Si doblásemos el papel, podríamos ver completamente el original. En algún caso podemos ver un cuadrado. Belén, ante este problema responde: A partir del cuadrado, obtenemos otro cuadrado, uniendo la mitad del cuadrado con una línea recta de lado a lado. En el trapecio, podemos unir también los lados por la mitad obteniendo horizontalmente un rombo. Todas las figuras interiores son paralelogramos."

Dibujo	Es capaz de reconocer sólo visuales de forma inmediata. Hace sólo observacione
Intuitivo	Identifica y relaciona observaciones con conocimientos previos en la interpretacione
Figural Estructural	Explica una propiedad observada "de general", en más de tres casos contraejemplos
Recursivo Conjeturante	Inventa una propiedad, tratando de explicarla. Relaciona por lo menos 2 o propiedades
Emergente -	Siente necesidad en
Intentos de demostración	Illustra las observaciones mediante demostración o explicación

Las respuestas se observan en términos de "conocimiento estratégico" que se ha reflejado en el cuadro anterior. Ante las diversas respuestas, podemos agrupar a los estudiantes en tipologías que indican situación cognitiva diferenciada frente al razonamiento estructurado y de construcción de hipótesis. Los resultados revelan tres "componentes" del "modelo del estudiante": contenido del tema, elemento estratégico y elementos intencionales. Asimismo se confirma la existencia de variabilidad en el rango, como diversidad de energía usada en los procesos mentales de los estudiantes.



La existencia de la variabilidad del rango no indica diferentes niveles de dificultad artificiosa, sinó, que por una parte distinto *esfuerzo (emoción, motivación,...), gasto de energía y por otra la puesta en funcionamiento de habilidades que requieren distinta competencia cognitiva, en el proceso mental involucrado* en una actividad matemática. En la figura anterior esquematizamos las interacciones entre los factores cognitivos y emotivos que se consideran en nuestra conceptualización.

Sobre la planificación de actividades.

Este tipo de planificación del trabajo de investigación supone que a nivel local, orientemos nuestro trabajo de investigación hacia el diseño y desarrollo de entornos de aprendizaje que faciliten la capacitación de competencias en distintos rangos de habilidades y en especial en las habilidades de alto rango. Una muestra de ello es la planificación, gestión y control local de tareas que *faciliten la adquicisión de habilidades de demostración* (como habilidades de alto rango) de los estudiantes de secundaria y la gestión de las mismas por los profesores. Por ello, orientamos el desarrollo de innovación hacia un planteamiento de actividades multidimensionales. Las hemos formulado mediante sustantivos, puesto que así aparecen habitualmente en los contenidos de los currículos. Las clasificamos en cuatro categorías: diseño, exploración, modelización y deducción.

1. De diseño.

El objetivo central es el manejo de recursos. Incluye:

Observación (mirar el mundo real con lentes matemáticas)

Construir (hallar nuevos resultados partir de los datos presentados)

Representar (usar diversos lenguajes para indicar observaciones)

2. Exploración.

El eje central es seguir algo empezado y construir caminos nuevos. Incluye:

Programación (producir algoritmos de pasos de expresiones matemáticas)

Visualización (identificar objetos matemáticos a partir de la observación)

Relación (identificar propiedades comunes o no)

3. Modelización

El foco está en encontrar una estructura matemática detrás de una realidad o trabajo.

Ello incluye:

Interpretación (dar significado a expresiones, figuras, funciones, gráficas o transformaciones)

Analisis (secuencia de afirmaciones a partir de una interpretación de datos)

Comunicación (parte explicativa del proceso de modelización)

4. Deducción

Conjeturación

Hallar una afirmación formal a partir de un descubrimiento. Incluye:

Razonamiento Interpretativo (justificar por medio de modelos)

Razonamiento Figurativo (usar figuras como mediador crucial)

Razonamiento Relacional (usar tareas complejas)

Instrucción (relacionar el sentido local/global para una demostración)

Definición

Nombrar y asignar caracterizaciones. Incluye:

Clasificación (encontrar propiedades en común)

Procepción (conceptos implicados en un conocimiento procesal)

Argumentación

Implica dar conjeturas en una manera descriptiva

Razonamientos basados en casos

Generalizaciones "naive"

Hacer sentencias declarativas

Explicitar experiencias cruciales

Acercamiento deductivo

Implica validación mental. Incluye:

Uso de razonamiento deductivo con inferencias lógicas

Usar sentencias deductivas que prueban una conjetura

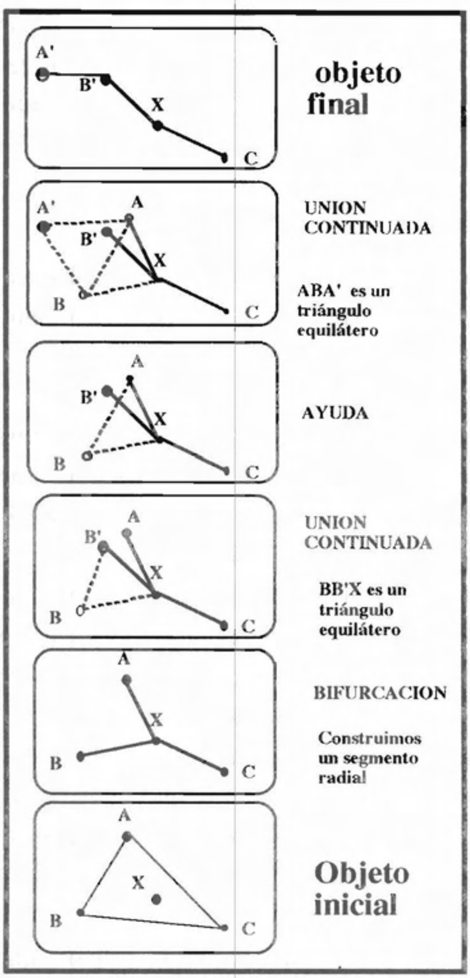
El hecho de caracterizar tipos de actividades debe ser compatible con el hecho de que éstas no aparecen así de forma exclusiva. Entre los objetivos claros que consideramos para cada uno de los cuatro tipos de actividades descritos se encuentra: (a) determinar juicios, en las actividades de diseño, (b) establecer alternativas explícitas, en la exploración, (c) notar reglas o patrones, en la modelización y (d) sentir la necesidad de explicar, probar, ser preciso, etc. en actividades de deducción. En cuanto habilidades de alto nivel, desarrollamos actividades de interpretación, análisis, razonamiento, generalización y síntesis.

Donde situamos un ejemplo de desarrollo.

Como ejemplo ilustrativo proponemos la siguiente situación didáctica: "Tres ciudades se ponen de acuerdo en construir un aeropuerto conjunto. ¿Cómo podemos determinar su posición óptima?".

En nuestras experimentaciones con profesores y estudiantes sobre evaluación y tutorización hemos comprobado que en primer lugar, esta situación problemática activa habilidades que *construir pre-modelos* de la situación tomando en consideración distintas variables que afectan al problema, lo cual implica *tomar* ciertas *decisiones* y evaluar sus efectos (p.e. sobre la configuración de los puntos y su posible ponderación). El *formular conjeturas* y su posterior rechazo mediante la manipulación directa sobre la variabilidad de la posición de las ciudades (micromundo CABRI) sobre el posible punto óptimo (exploración infructífera de los puntos notables de un triángulo). La formulación del problema en términos métricos y su aproximación funcional con la determinación numérica y aproximada del punto óptimo (vía una hojas de cálculo, por ejemplo).

El desarrollo de la *creatividad* imaginando modelos físicos que representan el punto óptimo. La *visualización* de la propiedad geométrica que debe cumplir el punto óptimo. La configuración de la propiedad al variar directamente la situación de las ciudades (micromundo CABRI) (Fig. 14). La incentivación de la *recronstrucción cognitiva* del proceso, a fin de crear la *necesidad de encontrar* una prueba convincente y elaborar una *demostración formal* para *comunicar su validez epistémica*.



A1. (macro-cualitativa)
Construye una macro tal como se indica en esta representación cualitativa.

A2. Modifica
Modifica la posición del punto X y analiza la variación de la longitud y la forma de las distintas poliglonales mateniendo fijos los vértices ABC del triángulo. Describe y trata de explicar tus observaciones.

A3. Conjetura
En que se convertirá la poligonal A'B'XC si hacemos la suposición de que el punto X escogido minimiza la suma de las distancias: XA+XB+XC.

A4. Reestructura
Adjunta el triángulo inicial con el objeto final. Analiza la figura resultante y argumenta que el hipotético punto X que minimiza la suma de las distancias debe estar en el segmento rectilíneo A'C.

A5. Demuestra
Completa el enunciado de un posible teorema que permita solucionar el problema del aeropuerto.
Como recapitulación de las actividades anteriores redacta una demostración explicativa y verifica la solución y sus limitaciones

Fig. Situación de desarrollo de las competencias de demostración

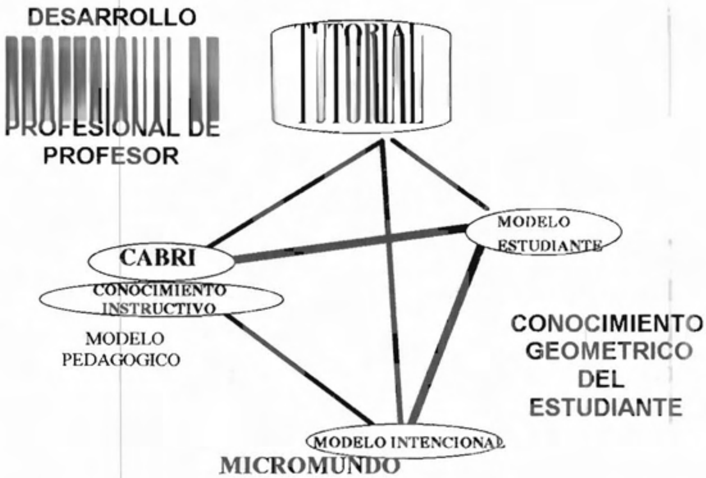
Todas estas acciones son "**decisiones oportunistas**" que toma el tutor a fin de activar el desarrollo de habilidades de alto rango en sus alumnos. Este trabajo conjunto de profesor/tutor y alumnos/estudiantes en una verdadera actividad de *pensar matemáticamente*.

4. Implicaciones.

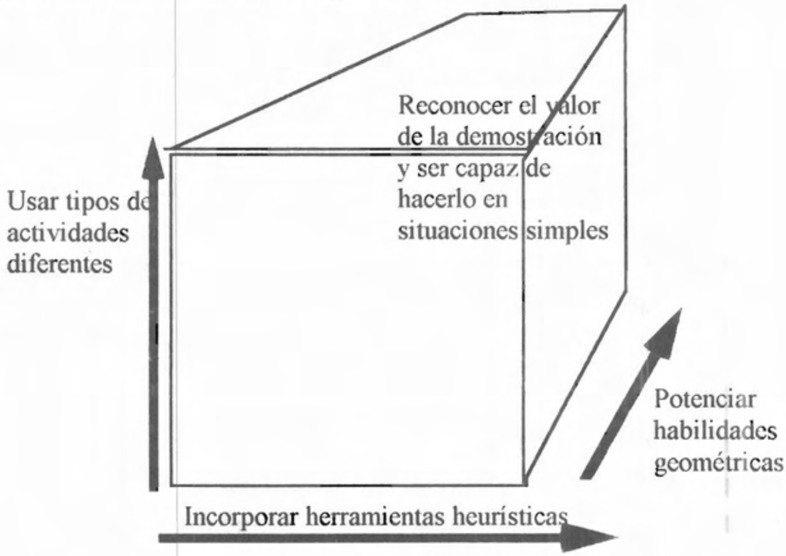
¿Cuál es la contribución de nuestra investigación geométrica a la innovación curricular? A partir del ejemplo geométrico citado, identificamos seis aspectos que hemos tenido en cuenta en nuestra investigación en innovación curricular y que consideramos a continuación:

(a) Incorporar novedad en el diseño;
(b) Integrar patrones interactivos y dimensiones diferentes en un proceso de revisión de las intenciones curriculares;
(c) Reconocer el poder de la matemática con actividades locales bien planificadas, gestionadas y controladas, de tipo realístico, y algunas de ellas, de alto rango (ejemplo del aeropuerto);
(d) Tener en cuenta una planificación, reflexión y crítica de las acciones;
(e) Reconocer la necesidad de integrar la actividad matemática en un proceso de evaluación-regulación, adaptando criterios y técnicas de la investigación;
(f) Analizar la rentabilidad de la acción investigadora que hemos desarrollado en la innovación curricular;
(g) Incorporar un control de calidad.

(a) **El diseño de trabajo**, interpreta el proceso educativo en la formación geométrica de forma que se reconocen multitud de relaciones entre los elementos tutoriales y de conocimiento instructivo (centrados en el profesor) y los modelos de conocimiento centrados en el estudiante. Ello se visualiza en el gráfico siguiente.



(b) En el modelo que mostramos reconocemos patrones interactivos y dimensiones diferentes en un proceso de revisión de las intenciones curriculares. Así, distinguimos tres ejes de acción - intención - reflexión: las actividades diversas y sus tipos, la incorporación de herramientas heurísticas y la potenciación de habilidades geométricas.



Este tipo de modelo de tres dimensiones es importante para innovar la formación de profesorado, puesto que a menudo se está pensando sólo en las habilidades peculiares del contenido específico.

(c) Las actividades realísticas realizadas han permitido: 1.- Construir pre-modelos. 2.- Consideración de un conjunto de variables. 3.- Tomar algunas decisiones. 4.- Evaluar efectos (acerca de configuración de puntos y pesos. 5.- Mejorar conjeturas. 6.- Reconocer "poder Cabri-tutor" de modificar por difícil manipulación de los puntos posibles soluciones óptimas. 7.- Explorar puntos importantes en un triángulo. 8.- Describir un problema mediante métrica. 9.- Aproximación funcional con determinación numérica y aproximación al punto óptimo mediante hoja de cálculo. 10.- Imaginación a partir del modelo físico. 11.- Visualización de las propiedades geométricas sobre el punto óptimo. 12.- Generalización de las propiedades mediante modificación (micromundo CABRI). 13.- Promoviendo recursividad en el proceso. 14.- Necesidad de demostrar para convencer 15.- Elaboración de pruebas formales. 16.- Comunicación de validez epistémica.

(d) Para reconocer la planificación, reflexión y crítica de las acciones en los gráficos (Figs. 12a, 12b) que siguen se esquematizan algunos de los instrumentos de investigación utilizados para observar el comportamiento del binomio profesor-alumnos en la implementación y desarrollo de las habilidades de alto rango.

ACTIVIDAD (Título)

Presentación de objetivos ¿Hasta dónde llegaremos?	
Consideraciones previas ¿Qué añado a lo que se propone?	
Tratamiento de diversidad ¿Todos harán lo mismo?	
Previsión modificar objetivos ¿Qué hay que no haremos?	No haremos los problemas ____si ____ Si se hace corto, entonces __________
¿Qué se hará para fomentar la reflexión y la síntesis en la clase?	
¿Se pondrán deberes-trabajo para casa?	

Otras observaciones

Fig. 12a. Planificación inicial del profesor-tutor

INTERPRETACIÓN-OBSERVACIÓN

Se interpreta bien lo que se hace ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

¿Qué elemento cuesta reflexionar?

ORGANIZACIÓN

¿Se trata bien la información? ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Se ve eficiencia
Manipulación y generación de datos

PROCESO DE SIMBOLIZACIÓN

Cómo va la discusión y simbolización: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Uso correcto de instrumentos ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Representaciones que
resultan complicadas

FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

Modelizar y establecer relaciones ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Demostración ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Dificultades surgidas en
Justificación y Análisis

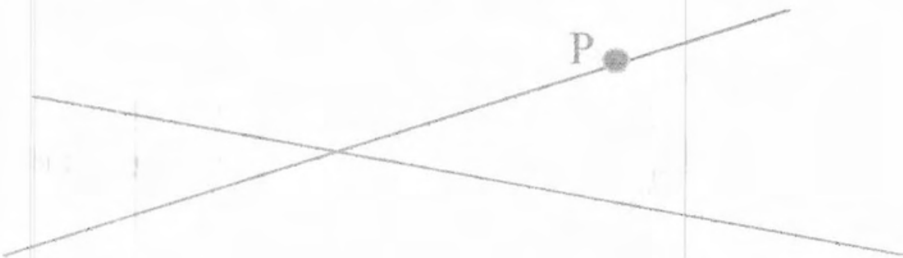
CAPACIDAD COMUNICATIVA

Dificultades en
Formulación de soluciones

Fig. 12 b. Autoobservación por parte del profesor-tutor de los elementos instructivos de contenido durante las sesiones.

Las reacciones del PROFESOR sobre el conocimiento de las interacciones y reflejo de las actividades en nuevos contextos es a menudo inconsciente y contradictorio, pero debe ser analizado puesto que así reconocemos la evolución de las creencias del profesor en cuanto lo pedagógico y estratégico. Aunque la consideración del modelo indicado para el proceso de aprendizaje pueda dar a entender que en el proceso de enseñanza/aprendizaje de la Matemática todo puede ser planificado de antemano o a priori, la realidad y la **complejidad** de las situaciones de interacción, hace que muchos **planes locales** sean **oportunistas**, en el sentido que emergen en un contexto práctico determinado y con un tipo de interacción específica. Esta consideración hace que no sea pertinente el intentar detallar todas las prácticas planes locales. En cambio si que hay que tener estructurada una planificación global que favoreza precisamente la emergencia de planes locales pertinentes.

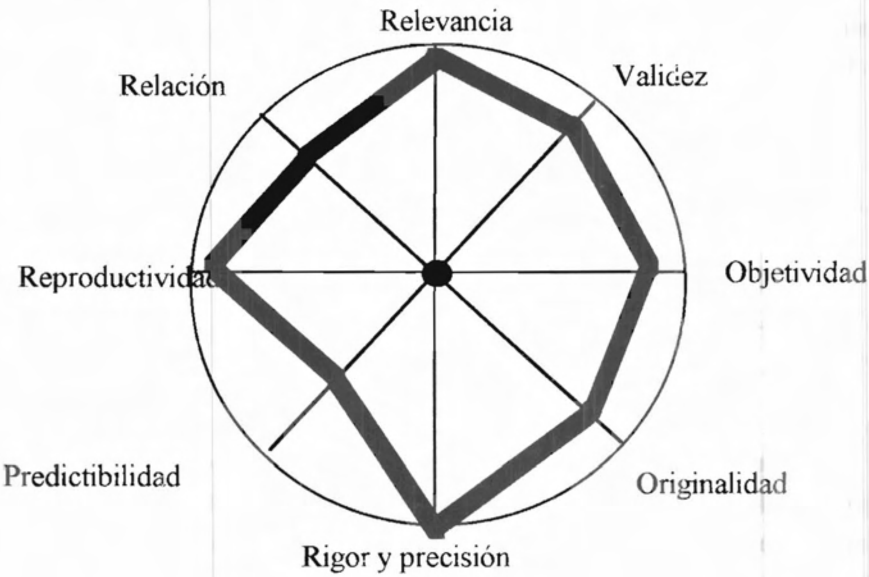
(e) Para visualizar la integración de la actividad matemática en un proceso de evaluación-regulación, utilizamos tests y regulaciones de control. Usamos en la propia dinámica de trabajo items como el siguiente: Considera dos líneas secantes, y un punto P en una de ellas



Los resultados concretos han mostrado que las capacidades pueden ser mejoradas de forma sustanciosa, reconociendo no sólo habilidades generales de resolución de problemas sino de reflexión y comunicación de resultados geométricos.

(f) Para analizar la rentabilidad de la acción investigadora que hemos desarrollado en la innovación curricular, es importante reconocer los resultados de la investigación. En nuestro ejemplo, se podría hablar del resultado expresado por la frase siguiente: "Mediante micromundos especiales se explicitan los objetos, relaciones y visualización (C. Laborde 1993). Con ello podemos: clarificar el sistema y sus elementos, usar sus posibilidades con libertad, aceptar las reglas de formalización, superar las reglas que distraen y aceptar las limitaciones del micromundo. Pero además, mejorar el conocimiento base del contenido o instruccional - intencional reconociendo su incorporación en la Formación de Profesorado.Eso significa implicarse en la realización de actividades verbales que no son normalmente importantes para los profesores ... y superar la vieja idea de quegeneralizar no está al alcance de los estudiantes... ¡ya lo harán!

(g) Efectuar un control de calidad es algo imprescindible en el desarrollo de un programa de investigación en innovación curricular. Así, haciendo un auto-análisis del ejemplo citado, podríamos establecer un esquema de indicadores como se muestra en el cuadro siguiente.



En un trabajo de investigación-acción como el que hemos ejemplificado, tenemos muchos interrogantes aún por resolver y debemos analizar con mucho detalle el dominio matemático en que nos escontramos, preguntándonos: ¿Qué indica **conocer** un determinado tema? ¿En qué sentido se puede tener **competencia** en el dominio? ¿Cuál es el *rango de habilidades* para moverse de manera flexible en diferentes perspectivas? Los profesores-tutores tienen muchas opciones para tomar decisiones. La elección de cada una de ellas, conduce a itinerarios distintos de aprendizaje de cada alumno. La *habilidad profesional* de seleccionar la más apropiada en un momento dado es una decisión oportunista, casi instantánea que depende del escenario de la "expertise" del tutor. La tarea de la construcción de conocimientos matemáticos **con** los estudiantes necesita de demandas muy grandes de conocimiento matemático, habilidad pedagógica y cognitiva y de técnicas de comunicación. Los principios generales de las Ciencias de la Educación y de las Matemáticas son demasiado vagos para dar respuesta a estas necesidades específicas de evaluación y tutorización. Necesitamos hilar más fino, utilizando diseños, técnicas e instrumentos de evaluación y tutorización más precisos, con mayor definición. En esto estamos para comprender y mejorar la educación matemática.

5. Epílogo.

Finalmente veamos unas cuantas relaciones entre innovación curricular e investigación que podrían tenerse en cuenta. Se concreta en nuestro trabajo actual, distinguiendo tres niveles de trabajo de investigación distintos: los centrados en el elumno, el profesor, o el sistema. El esquema creemos que es suficientemente claro para no necesitar de más explicaciones.

La acción investigadora no tendrá sentido global si no se abre, se divulga y se publica. Si bien estamos acostumbrados a ver publicados informes de investigación, debería ser importante publicar especialmente los trabajos de investigación en innovación curricular, puesto que tanto van a interesar a investigadores como a los profesores.

Referencias clave

Arcavi, A.; Schoenfeld, A. (1992) "Mathematics Tutoring Through a Constructivist lents: The challenges of Sense-Making" *Journal of Mathematial Behavior*, 11, 321-325.

Cobb, P. (1994) "A summary of four case studies of mathematical learning and smalll group interaction". En J. Matos et col.(eds.) *Proc. PME XVII*, 201-209. Lisbon.

Eisenhart, M. A. (1988) "The Etnographic Research Tradition and Mathematics Education Research" *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99-114.

Fortuny, J. M.; Gimenez, J. (1994) *Geometria amb el CABRI* C. D. Sinera II. PIE. Barcelona. Departament d'Ensenyament.

Fortuny, J. M.; Gimenez, J.; Alsina, C. (1994) "Integrated Assessment on Mathematics 12-16" *Educational Studies in Mathematics*, 27, 401-412.

Fortuny, J. M.; Giménez, J. (in press) Authentic Proof. Challenges for compulsory school. Submitted for publication in Journal for mathematical behavior. [Manuscript available by the authors]

Giménez, J. & Fortuny, J. M. (1995) "Cabri activities and high order abilities for compulsory school" Unpublished presentation to *WCCE Conference*. Birmingham . [Available by the authors]

Gimenez, J. (coord) (1996) *Evaluación comprensiva de los aprendizajes de Matemáticas en 12-16*. Memoria de investigación no publicada Madrid. CIDE-MEC.

Giménez, J. (1997) *Evaluación en Matemáticas*. Madrid. Sintesis.

Resnick L. B. (1987) *Education and learning to think*. National Academy Press. Washington. D.C.

Schoenfeld, A. H. et al. (1992) Toward a Coprehensive Model of Human Tutoring in Complex Subject Matter Domains. *Journal of Mathematical Behavior*, 11, 293-319.

Wenger, E. (1983) *Artificial intelligence and tutoring systems*. Morgan Kaufmann. Las Altos CA.

Currículo - Um Processo de Construção, Gestão e Formação Reflexiva Centrado na Escola

Maria do Céu Roldão
Instituto Politécnico de Santarém - Escola Superior de Educação

Resumo

O currículo, enquanto projecto de promoção de aprendizagem finalizado, a construir e gerir colaborativamente pelos professores e pela escola, constitui-se hoje como o lugar efectivo da promoção da qualidade e da adequação a uma realidade em mudança.

É em torno deste projecto que hão-de dinamizar-se os necessários processos de reflexão e formação, mobilizando saberes, instituições e actores que nele estão envolvidos.

Currículo - Um Conceito Dialéctico

O conceito de currículo tem sido objecto de diversas abordagens teóricas que abrangem um leque muito diferenciado, consoante as lógicas de análise utilizadas (Ribeiro, 1987). A diversidade de conceptualizações do currículo reflecte também a natureza dominante das pressões sociais sobre a escola em cada situação ou época particular que, segundo alguns autores (Tanner, 1980), vem obedecendo a uma lógica de alternância - o "swinging pendulum" que oscilaria entre a valorização dos saberes e da excelência académica, por um lado, e a relevância atribuída aos interesses dos alunos e à actualidade e pertinência das áreas de estudo, por outro.

Parece-nos, contudo, em certa medida ultrapassada esta concepção pendular, a não ser num sentido muito lato de referências globais.

A análise da evolução curricular recente e das perspectivas de futuro em diversos sistemas educativos de países da OCDE (1995), por exemplo, indicia antes que a mudança nas lógicas curriculares se desenvolve em espiral, sendo que cada nova tendência recupera alguma coisa de concepções anteriores, embora reequacionando-as de forma diferente.

O que parece mais evidente na análise das dinâmicas curriculares das últimas décadas é o facto de, nos clássicos factores que se costumam identificar como influentes no currículo (*sociedade, saber, aluno*) se destacar a pressão social - económica, política, cultural - como o factor decisivo, ainda que interagindo, de formas diversas, com os outros agentes que o influenciam - o *saber* e o *aluno*.

Assim, propomos nesta análise uma definição de currículo muito abrangente que atravessa, na nossa perspectiva, todas as diferentes formas e modalidades que ele vem assumindo em diferentes momentos e conjunturas: Currículo escolar poderá assim entender-se como *aquilo que se espera fazer aprender na escola, de acordo com o que se considera relevante e necessário na sociedade, num dado tempo e contexto*.

Esta reflexão parte de dois pressupostos:

- o reconhecimnto da *natureza social* da instituição escolar;
- a constatação da *predominância dos decisores externos* sobre a prática dos agentes efectivos do currículo - os professores - que tem marcado a história curricular.

Caberá a este propósito referir a perspectiva de Michael Apple (1997), que, num quadro de análise sociológico-política, sublinha de que forma o crescente tecnicismo dos textos e materiais curriculares, largamente suportado por uma poderosa indústria que lança no mercado manuais e outros materiais altamente estruturados e centrados na sua utilização pelo professor, vem gerando um aumento do controle da prática profissional dos docentes, reduzindo drasticamente o peso do seu papel institucional e da qualidade da sua intervenção institucional.

Tomado o currículo na acepção abrangente acima enunciada - que pretende situar o conceito no seu quadro sócio-cultural -, ele constitui uma área sujeita a oscilações que reflectem diversas tensões dialécticas. Estas tensões resolvem-se de formas diversas em épocas e contextos diferentes, assumindo algumas delas expressão privilegiada que tende a prolongar-se para além do momento histórico-institucional que lhes deu sentido: por exemplo, a clássica e um tanto esgotada contraposição dos *conteúdos* aos *processos* de aprendizagem, enfatizada a partir da década de 60 em relação com o New Academic Reform Movement, ou a nunca terminada e, a meu ver, pouco produtiva polémica da suposta oposição, no campo educacional e curricular, entre a necessidade de *integração interdisciplinar* e o papel das *disciplinas* enquanto estruturas organizadas de saberes.

Ainda que valha sempre a pena retomar essas oposições e debatê-las, não julgamos que sejam essas as linhas de clivagem curricular com maior significado no tempo actual. O que porventura caracteriza com mais precisão a dialéctica do currículo nas sociedades ocidentais deste final de século prende-se antes, a meu ver, com as seguintes vertentes:

a) A crescente ambivalência do currículo escolar, confrontado com a necessidade de se *ajustar a mudanças* sociais rapidíssimas e, simultaneamente, constituir-se em factor relevante de *coesão e identidade social*.

b) A tensão actual entre o currículo enquanto *percurso de passagem sócio-cultural* (aspecto que foi praticamente exclusivo em sociedades ou épocas muito estruturadas e homogéneas) e o currículo na sua feição mais humanista e pessoalizada de oferta de um *percurso individual de desenvolvimento e crescimento* harmonioso das potencialidades de cada pessoa, que corresponde a conceitos de educação progressivista largamente consensuais e que têm na sua origem filósofos tão marcantes como John Dewey (1916).

c) A necessidade de combinar, por um lado, o *nível da finalização* - conjunto de intenções e metas para que se aponta e que não se esgotam em nenhum *corpus* curricular, comportando necessariamente um grau de indeterminação, e, por outro, o *nível da eficácia*, traduzido numa necessidade real e cada vez mais premente de garantir resultados úteis para os indivíduos e para as sociedades, no quadro de um certo pragmatismo social (Comissão Europeia, 1995).

É tomando estas tensões como referente que tentaremos analisar em seguida as direcções de mudança que o currículo escolar reflecte na actualidade.

As Linhas da Mudança: Que Há de Novo no Campo do Currículo?

Confrontada a escola e o currículo escolar com alterações significativas nos seus papéis e nas solicitações sociais a que se espera que dê resposta, é possível identificar um conjunto de algumas direcções de mudança que importa considerar. Destacaríamos as seguintes:

Do currículo como programa ao currículo como projecto

A homogeneidade e a rigidez do currículo corresponderam a um tempo em que a escola se assumia como dirigida a um grupo sócio-culturalmente restrito de destinatários, para os quais a utilidade da educação escolar era tendencialmente monofacetada e de contornos bem definidos. Compreende-se assim que a noção de *currículo* - aquilo que se pretende fazer aprender na escola e que corresponde ao que é reconhecido como necessidade social - fosse largamente assimilada à de *programa*, enquanto corpo rígido e uniforme de conhecimentos a fazer passar aos utilizadores da escola, de acordo com aquilo que nela buscavam - era afinal a prevalência do *discurso da norma* como estruturadora de finalidades bem definidas e internamente homogéneas.

A mudança visível nos nossos dias - processo em curso há várias décadas, mas claramente acentuado na actualidade - aponta para um outro modo de entender o currículo face a necessidades sociais também diferentes. Trata-se de considerar o currículo - o que se quer fazer aprender - como necessariamente diferenciado face a públicos cada vez mais heterogéneos cultural e socialmente, exigindo-se assim, para que a aprendizagem realmente ocorra e a escola não contribua mais para agravar o padrão dos excluídos, a diferenciação das propostas curriculares, o seu enfoque em metas comuns através de vias diferentes e a ancoragem do currículo em referentes significativos para cada um e todos os que frequentam a escola, convertendo-se deste modo em *projecto* apropriado pelos seus actores e gestores. Ou seja, ao *discurso da norma* sucede o *discurso da contextualidade* e as *decisões* essenciais jogam-se na escola. Nas palavras de Miguel Zabalza, "trata-se de entender o currículo como um espaço decisional em que... a comunidade escolar, a nível de escola, e o professor, a nível de aula, articulam os seus respectivos marcos de intervenção" (Zabalza, 1992, p.47).

*Do desenvolvimento curricular como **didáctica** ao desenvolvimento curricular como um processo de **decisão e gestão***

Da reconceptualização do currículo decorre também uma nova percepção do processo de desenvolvimento curricular. Se, face a um currículo entendido como o corpo normalizado das aprendizagens a adquirir, se concebia o desenvolvimento curricular associado predominantemente à sua *tradução didáctica*, com relevo para os modos, métodos e técnicas que permitiam a sua operacionalização, perante um currículo entendido numa perspectiva contextualizada e diferenciadora, mas ainda assim sempre referenciado a núcleos essenciais de aprendizagem indispensáveis à "sobrevivência" social e cultural dos indivíduos, o desenvolvimento curricular assume uma nova feição. Trata-se cada vez mais de *decidir e gerir* o *quê* e o *como* da aprendizagem, face ao *para quem* e *para quê* - ou seja reconduzir o desenvolvimento curricular a um genuíno *processo de decisão e gestão curricular*, se se pretende garantir a sua eficácia.

O currículo e os seus agentes

- *da qualidade entendida como boa execução à qualidade como um bom processo de reflexão e decisão*
- *dos agentes (professores) valorizados como bons executores à exigência de professores como bons decisores e práticos reflexivos fundamentados*

Decorrem das mudanças já referidas algumas implicações relativas quer à qualidade do ensino quer aos critérios de valorização dos seus profissionais - os professores. Um ensino de qualidade aferia-se, em relação a um sistema curricular *normalizado e monolítico*, pela *proximidade e fidelidade* ao texto normativo e pela qualidade da execução - aspectos que praticamente esgotavam a competência requerida ao professor. Perante o entendimento do currículo como uma *construção de opções diferenciadoras e adequadas aos fins comuns em vista*, o conceito de qualidade e a consequente avaliação dos profissionais vai cada vez mais referenciar-se *à capacidade de decidir e gerir adequadamente as opções* inerentes a toda a prática curricular dos docentes, situados por isso mesmo numa posição cada vez mais decisiva no que à prática curricular diz respeito.

Da centralização programática (lógica da igualdade pela uniformidade) à diferenciação curricular (lógica da equidade pela consideração da diferença face a metas comuns)

Uma outra linha essencial de mudança que os sistemas educativos estão a atravessar refere-se à própria organização do sistema, que se vê na necessidade imperiosa de reequacionar prioridades e modos de funcionamento, visto que a lógica centralizadora e uniformizante deixou de responder adequadamente às novas realidades sociais dos públicos escolares e à própria pressão social e mesmo económica. Assegurar que *todos aprendam mais e melhor* - slogan muito invocado por vozes do senso comum e da comunicação social mas quase sempre incorrectamente fundamentadas - passa hoje, em todos os sistemas das sociedades de matriz ocidental, pela capacidade de diversificar e adaptar o ensino aos alunos, tendo como critério o direito inalienável que lhes assiste de aprender aquilo de que irão necessitar ao longo da vida, incluindo os instrumentos para se auto-formarem nos seus percursos futuros. Garantir a equidade social exige que se diferencie o currículo para aproximar *todos* dos resultados de aprendizagem pretendidos, já que o contrário - manter a "igualdade" de tratamentos *uniformes* para públicos *diversos* - mais não tem feito que acentuar perigosa e injustamente as mais graves assimetrias sociais.

Alguns Porquês da Mudança

Ainda que a boa lógica cartesiana mande tratar as causas antes dos efeitos, optámos nesta reflexão por partir da caracterização breve de algumas mudanças que estamos a viver e que são, por isso mesmo, significativas para a nossa prática, para equacionarmos agora alguns factores dessa mudança que são perceptíveis em todo este processo.

Identificam-se, na origem de todas estas mudanças, factores económicos e sociais - a ineficácia das respostas institucionais anteriores da escola face à complexidade crescente das sociedades actuais, a pressão económica para responder às mudanças estruturais - e extremamente complexas - do mercado de trabalho e da globalização da economia constituem apenas alguns dos factos novos com que a escola se confronta.

Por outro lado, dimensões políticas e culturais integram também esta complexidade de factores. As sociedades e os sistemas políticos que as governam vêem-se perante a emergência de novas conflitualidades, potenciais ou expressas, inerentes ao carácter cada vez mais multicultural e multiétnico das sociedades modernas, a par do conflito entre o esbatimento das fronteiras políticas tradicionais dos estados e a reafirmação de nacionalismos ou regionalismos muitas vezes com contornos fundamentalistas. As respostas da escola e o seu papel social atravessam assim uma profunda mudança situada na interface entre a oferta de *uma base cultural sólida comum mas integradora das diferenças* e aquilo que parece ser a necessidade de oferecer *currículos diferenciados* - leia-se as aprendizagens de todos os tipos que serão necessárias a *indivíduos diferentes* como *cidadãos iguais* neste tipo de sociedades.

O avanço do que poderemos considerar a revolução comunicacional acarreta mudanças rapidíssimas e de impactos imprevisíveis que todavia não dispensam, antes requerem, a formação e educação dos indivíduos para a gestão da informação disponível a uma escala antes impensável e para o uso de tecnologias cada vez mais sofisticadas. Também esta mudança estrutural requer novas conceptualizações do que se pede que a escola não só torne *acessível* a todos, mas *inteligível* por todos, num mundo em que não aceder à informação definirá a irremediável exclusão (Comissão Europeia, 1995).

A própria concepção dos saberes científicos, na base dos quais se construiu tradicionalmente o currículo escolar, atravessa hoje uma mudança de paradigma (Kuhn, 1993; Popper, 1988; Santos, 1987) na perspectiva da ciência pós-moderna, em que matrizes unificadoras tidas por estáveis dão lugar a matrizes diferenciadoras, contingentes e conjecturais.

Implicações Mais Relevantes na Prática Curricular dos Docentes e das Escolas

Em jeito de síntese, decorre de toda esta reflexão o reconhecimento de que estamos perante uma nova relação do professor com o currículo com que trabalha, essencialmente a dois níveis: quanto ao seu papel de *decisor e gestor do processo curricular* e na imperiosa necessidade de se entender o currículo como *uma unidade integradora do que se quer fazer aprender a todos os alunos de forma eficaz* e não mais como uma espécie de *propriedade solitária de uma disciplina* que se justificava por si e não em

função do *direito do aprendente aos saberes diversos* de que irá necessitar como cidadão de um mundo cada vez mais complexo e mutável.

Outra implicação refere-se ao conceito mesmo de *escola*, chamada, por força da complexidade social e da diferença de contextos, a instituir-se em *centro fundamental de decisão educativa e de gestão curricular diferenciada e contextualizada*, em relação interactiva com as envolventes sociais e com outras instâncias e parceiros sociais e educativos, não apenas no espaço local próximo mas aos diversos níveis das instâncias produtoras de saber e de competências, qualquer que seja o seu âmbito. A escola está a tornar-se afinal o *locus* privilegiado da *gestão das dialécticas curriculares* e *o gerador de novas culturas educativas.*

Parece assim clara a necessidade de reconceptualização dos papéis e lógicas de trabalho dos profissionais docentes. A investigação educacional vem apontando há muito (Goodlad, 1984) o *trabalho colaborativo* sistemático como um dos indicadores mais fiáveis da qualidade da oferta educativa das escolas. É nesse sentido que terá de evoluir a nossa prática institucional e profissional, bem como a própria concepção da *formação*, distanciando-se da ideia repetidamente invocada e persistentemente inoperante de "formar para" cada situação nova pontual ou para cada alteração surgida no sistema ou na escola.

Tratar-se-á cada vez mais de "formar em" e de "formar com", de modo a que sejam os profissionais a gerir colaborativamente os processos de formação, contextualizando-a, assumindo iniciativas, mobilizando recursos e saberes onde existam, munindo-se de competências significativas e operacionalizáveis que lhes permitam, de facto, formar-se continuadamente ao longo de todo o percurso do seu desenvolvimento profissional.

Referências

Apple, Michael (1997). Os Professores e o Currículo: Abordagens Sociológicas. Lisboa. Educa.

Comissão Europeia (1995). "Livro Branco" sobre a Educação e a Formação ao longo da Vida.

Dewey, John (1966; 1ª ed. 1916). Democracy and Education. New York: Free Press.

Goodlad, John (1984). A Place Called School: Prospects for the Future. New York: McGraw-Hill.

Kuhn, Thomas (1993). La structure des revolutions scientifiques. Paris: Flammarion.

OECD (1994). The Curriculum Redefined: Schooling for the 21st Century. Paris: OECD Documents.

Popper, Karl (1988). Um Mundo de Propensões. Lisboa: Editorial Fragmentos.

Ribeiro, António C. (1987). Desenvolvimento Curricular. Lisboa: Texto Editora.

Roldão, M. C. (1996). A educação básica numa perspectiva de formação ao longo da vida. Inovação, 9, 205-217.

Santos, Boaventura S. (1987). Um Discurso sobre as Ciências Porto: Edições Afrontamento.

Tanner, Daniel & L. Tanner (1980). Curriculum Development: Theory and Practice.

Zabalza, Miguel (1992). Planificação e Desenvolvimento Curricular. Porto: Edições ASA.

Developmental research: research for the sake of educational change

Koeno Gravemeijer
Freudenthal Institute
Utrecht University
The Netherlands

Introduction

The contemporary approach to mathematics education in the Netherlands is the result of a long-term process, in which theory development and the development of instructional activities go together. This approach — that is called "developmental research" — has resulted in a domain-specific theory for realistic mathematics education, and a set of prototypes of instructional sequences that fit this theory. The prototypes and the underlying theory together formed the input for a nation wide curriculum innovation process that incorporated the development of new text books, revisited teacher training, and the professionalization of school councilors.

Freudenthal's ideas of "mathematics as a human activity" and mathematics education as "guided reinvention" constituted the point of departure for the development of the prototypical sequences. The actual elaboration of the prototypical sequences took place in an iterative process of (re)designing and testing instructional activities. The product of such a research project is more than an instructional sequence for a certain topic, it also comprises a well-considered and empirically founded "local instruction theory" for that topic.

When a pool of local instruction theories (based on the same points of departure) is formed, a search for common traits can be started, and in a reflective analysis a more general theory can be constituted. In this way a domain-specific instruction theory that fits aforementioned points of departure emerges. This instruction theory in turn will fertilize new developmental research. Consequently the realistic instruction theory is both the foundation

and the result of developmental research. As a consequence, the domain-specific instruction theory for realistic mathematics education is not static, but evolutionary. The further this theory develops, the better the principles that guide the developmental work can be discerned, since these principles are interrelated with the instruction theory itself. The core principles concern reinvention, didactical phenomenology, and modelling. These principles, and what they imply for the actual activity of designing an testing instructional activities, will be discussed. Furthermore, the reflexive relation between theory development and experimental trials will be illuminated, and the manner in which this process can justify its products will be elucidated.

Developing realistic mathematics education

Developmental research emerged as an answer to the need to develop a new kind of mathematics education. In the Netherlands this need was felt, due to Freudenthal's plea for a different kind of mathematics education. Today, the need to change is internationally acknowledged. A catalyst for this awareness has been the rise of "constructivism". And, although constructivism and realistic mathematics education emerged independently, it may be useful to say a few things about constructivism since if offers us a broader framework of reference.

Constructivism — that we can characterise with 'the mantra-like slogan that "students construct their own knowledge" (Cobb (1994, 4) — appears to be rather popular under mathematics educators and researchers of mathematics education. This popularity goes together with a broad variety of interpretations. However, even if one sticks to a strict interpretation of constructivism, one cannot speak of a "constructivist pedagogy". Constructivism is basically an epistemological theory, which can be interpreted as a theory about learning, but it is not an instruction theory.

> 'On alternative reading, the constructivist maxim about learning can be taken to imply that students construct their ways of knowing in even the most authoritarian of instructional situations. This interpretation transcends the dichotomy between situations in which

> students construct their own knowledge and those in which it is transmitted to them. (Cobb, 1994, 4).

Nevertheless, constructivist research has highlighted the shortcomings of traditional mathematics education, and partly as a consequence thereof, the need for reform in mathematics education in the US has arisen. For, although constructivism does not imply a certain pedagogy, it does ask for a consideration of what mathematics education is about, or as Cobb puts it:

> The critical issue is not *whether* students are constructing, but the *nature* or *quality* of those socially and culturally situated constructions.' (Cobb, 1994, 4, italics in the original).

In general, a choice is made for mathematics education that gives more autonomy to the students. Crudely put, reform in mathematics education aims at shifting away from "teaching by telling", and replacing it by "students constructing", or "inventing". Note that this is a shift in emphasis from what *teachers* do, to what *students* do. And the problem that arises is, how do you direct this learning process, or: How could one make students invent what one wants them to invent?

Realistic mathematics education

It is exactly this question that researchers at the Freudenthal Institute, and its predecessors, have been trying to answer for over two decades. What is strived for is to develop mathematics education, that corresponds with Freudenthal's (1973, 1991) idea of "mathematics as an human activity." That is to say: students should be given the opportunity to reinvent mathematics by mathematizing; mathematizing subject matter from reality and mathematizing mathematical matter. In both cases, the subject matter that is to be mathematized should be experientially real for the students. That is why the intended education is called, "realistic mathematics education". Furthermore, the idea of mathematizing implies a high autonomy of the students. Or, to put it differently, one of the core principles is that, *mathematics can an should be learned on one's own authority, through one's own mental activities.*

We try to answer the question of what mathematics education that would fulfill the above educational philosophy should look like, by experimenting with mathematics education in practice, and reflecting on this

experimental practice. This reflection leads to the development of an educational theory, and this theory feeds back into new experiments (fig. 1). This implies that the resulting theory, which we call: a "domain-specific instruction theory for realistic mathematics education" (RME), is always under construction.

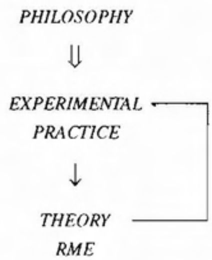


Figure 1. Cyclic process of theory development

Research method

The research approach that is being followed is that of "developmental research". This is a type of research that falls in a research category might be labelled "transformational research", as suggested by the Research Advisory Committee of the NCTM (1988). By this is meant research that does not focus on "what is" but that deals more broadly with "what ought to be." This involves, for instance, research that addresses the question of how to constitute education that meets certain pre-given standards or ideals. Developmental research, clearly falls into this category.

Developmental research consists of a mixture of curriculum development and educational research, in which the development of instructional activities is used as a means to elaborate and test an instructional theory. To be sure, what is meant here is not the kind of symbiosis between research and development, in which the research takes the shape of formative evaluation in service of curriculum development. Instead, developmental research is seen as a form of basic research, that lays the foundations for the work of professional curriculum developers. It is an integration of development and research that can be described both as, developing by researching, and researching by developing.

Mark that our research methodology emerges from a similar cyclic process as our instructional theory (see fig. 2). As a consequence, the research methodology has a similar tentative character. Moreover, due to time and other constraints, it is not always possible to adhere to all aspects that are considered important from the perspective of the research methodology, in the everyday practice of carrying out developmental research projects.

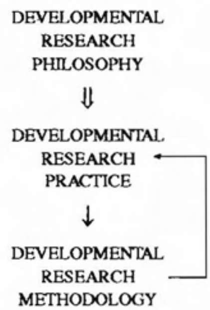


Figure 2. Cyclic process of emergence of the research methodology

Instructional design: learning processes versus learning outcomes

The approach to instructional design that is part of the developmental research differs significantly from traditional instructional design models. Traditional instructional design models concentrate on learning objectives. They focus on learning outcomes, while the process that leads to these learning outcomes is actually treated as a black box. This even holds for the more refined task-analytic approaches, that seem closely tied to the learning process, but actually produce learning hierarchies which describe learning steps in terms of observable objectives. In developmental research, on the contrary, the teaching-learning process and especially the mental processes of the students are central.

What is key in this type of consideration can be elucidated by Simon's (1995) analysis of the teacher's task of selecting and presenting instructional activities. Simon analyses the teacher's role in terms of a process of decision making about content and task — as it emerged in a small classroom teaching experiment. He uses his own lessons on area as an object of analysis. I will summarize the description he gives in Simon (1995).

Simon's teaching experiment

Simon expects the student teachers, he is going to teach, will know and use the well-know formula for the calculation of the area of a rectangle as a learned procedure. And this he thinks is unsatisfactory. Instead, He wants them to develop a concept of area that links their understanding of multiplication with an understanding of area. He therefore chooses a situation that involves non-standard measurement units that are manipulable. He poses the "Rectangles problem 1" (fig. 3).

> Determine how many rectangles, of size and shape of the rectangle that you were given, could fit on the top surface of your table. Rectangles cannot be overlapped, cannot be cut, nor can they overlap the edges of the table. Be prepared to describe to the class how you solved this problem.

Figure 3. Rectangles problem 1.

Solving this problem on a concrete level, and reflecting on their solution method, the students are hoped to make the aforementioned link.

Surprisingly, there emerges a discussion on whether the orientation of the rectangle has to be maintained, or whether it should be rotated (fig. 4).

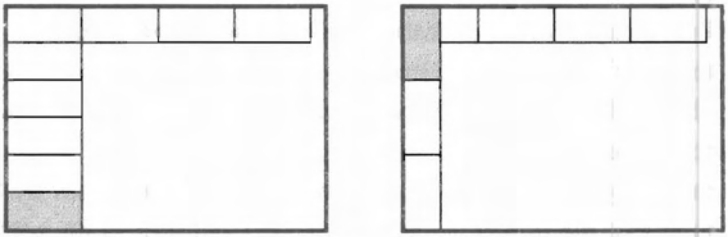


Figure 4. Measuring with rectangles.

This issue, however, gets quickly resolved, and multiplication seems to be a self-evident solution procedure. However, there is no reflection. So the teacher asks: Why do we have to multiply? The answers basically boil down to: "It works", and showing that it works by counting. The teacher, however, wants to move the discussion to a different level, and he asks: "Does it always work?"

One of the students, Molly, gives a nice proof. Using figure 5, she shows that multiplication corresponds with using the regularity, and counting the small rectangles by making equal groups. The teacher notices that the other students are not involved; they don't see the need for a general proof. They already know the rule, which they "have been taught", which is "a mathematical law".

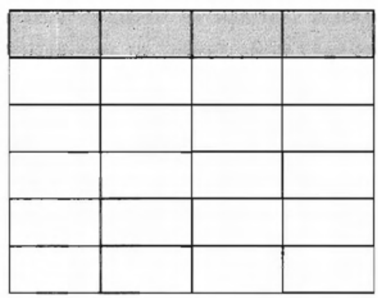


Figure 5. Molly's proof.

The teacher realizes that only a few of the students learn the intended mathematics. He discerns two causes. First, there is a cognitive factor: the procedure is well practised, but not well examined. Second, there is a social factor: the students have other beliefs about what it means to learn and do mathematics. Apparently, a mathematical activity, for them, does not include relational thinking (Skemp, 1976), or the development of a justification. Thus, the teacher starts thinking of another task. It is clear that in this case, practice problems will not be very useful. For, that is not the problem: they already know the answer! He has to find a problem that could create a need for understanding, and he decides to elaborate upon a conceptual difficulty that arose with the initial solutions. He introduces "Rectangles problem 2." (see fig. 6).

Bill said, "If the table is 13 rectangles long and

9 rectangles wide, and if I count 1, 2, 3, ..., 9, and then I multiply, 13 x 9, then I have counted the corner rectangle twice." Respond to Bill's comment.

Figure 6. Rectangles problem 2.

The teacher's conjecture is that now the students will feel the need to justify their reasoning. And this conjecture is right on target. Moreover, in the discussion the students argue that you don't count the small rectangles individually. You count, how many in a set, and you count, how many sets.

When reflecting on this lesson, the teacher still does not feel content. Do they really have a sound concept of area, or can they only think of it as multiplication? He realizes that from a constructivist point-of-view, a traditional instructional approach like "reviewing" would not be very helpful. Instead a problem situation is needed that might induce a cognitive conflict. Then, to focus on the concept of area, and to move away from multiplication, he intrudes the blob problem (fig. 7).

How can you find the area of this figure?

Figure 7. The blob problem.

Initially some students opt for a string method: lay a string around the perimeter of the blob, and next reshape it into a rectangle. When they have found out that this method does not work, they come op with the idea of covering the area with cookie dough of a constant thickness, and cutting this into small squares. Clearly the students are thinking of area now, and the teacher brings up the earlier issue of turned rectangles again. The students once more argue that this method would not work, for it would not give you the right number of rectangles. The question if the method does not tell us anything about the area is answered with the number you would get is meaningless. The teacher infers that the students do not really understand the relation between area and the formula "length times width". The key here is in the notion of creating a measurement unit for area on basis of measuring length in two directions. To offer the students the opportunity to create such an unit for themselves, he presents "Rectangles problem 2" (fig. 8).

> I used the cardboard rectangle and my method (rotating the rectangles) to measure two tables. When I multiplied, I got 32 on table A, and 22 on table B.
> >> Which one is bigger?

Figure 8. Rectangles problem 2.

The students come up with the answer that A is bigger, for 32 is bigger than 22. But when the teacher asks: "32 What?", they do not have an answer. The teacher conjectures that the students are still thinking of the cardboard as the measurement unit, while he had a different measurement unit in mind. This makes him introduce the "stick problem" (fig. 9), where there are no cardboard rectangles which could be referred to.

> Two people work together to measure the size of a rectangular region; one measures the length and the other the width. They use a stick to measure with. The sticks, however, are of different lengths. Louisa says, "The length is four of my sticks." Ruiz says, "The width is five of my sticks." What have they found out about the area of the rectangular region?

Figure 9. The stick problem 1.

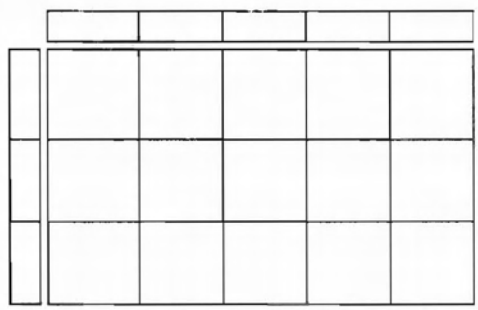


Figure 10. Constructing a unit to measure area.

Here the students construct a new measurement unit (see fig. 10), and in doing so they construct a relationship between linear measures and area measures. To see if this new insight is strong enough to hold in the turned rectangle problem. The teacher once more poses such a problem (fig. 11).

> I used your cardboard rectangle and my method (rotating the rectangle) to measure two rectangular regions; one was 3 x 4 and the other was 5 x 2. Draw these regions (real size). Record all that you can determine about their areas.

Figure 11. Turned rectangles problem.

The students draw all rectangles, and the result clearly shows the overlapping rectangles. But now they reason: You should take away this overlapping; you have to think of it as a side, like the sticks; and what you actually make is squares. An finally, the teacher is content.

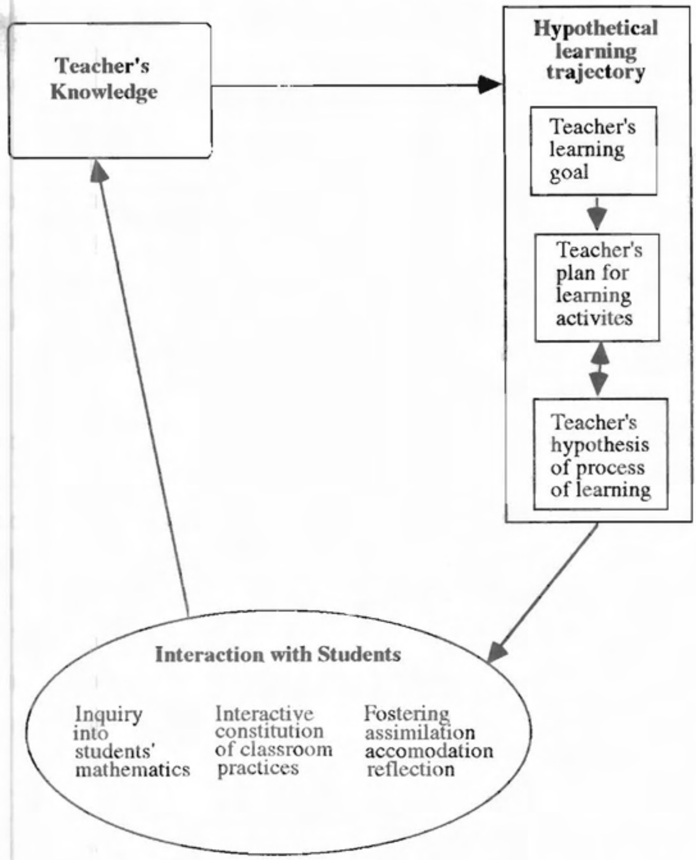


Figure 12. Mathematics Teaching Cycle (Simon, 1995, 136)

This narrative shows a teacher who is constantly thinking about what the students might be thinking, and how he could influence their thinking in an indirect manner. He tries to envision the mental activities of the students when they work the problems he might pose to them, and he tries to anticipate how this thinking might help the students to develop the insights he wants them to develop.

To describe this role of the teacher, Simon introduces the notion of a "hypothetical learning trajectory" (HTL):

"The consideration of the learning goal, the learning activities, and the thinking and learning in which the students might engage make up the hypothetical learning trajectory (...)." (Simon, 1995, 133)

The key in this learning trajectory is in the thinking that the students might engage in as they participate in the instructional activities which the teacher has in mind. He speaks of a hypothetical learning trajectory because the actual learning trajectory is not knowable in advance. Nevertheless, although individual learning trajectories may vary, learning often proceeds along similar paths. The teacher therefore can constitute a hypothetical learning trajectory based on expectations about such paths. The actual constitution of the instructional activities in the classroom and course of the teaching-learning process offer the teacher opportunities to find out to what extend the actual learning trajectories of the students correspond with the hypothesised ones. This will lead to new understandings of the students' conceptions. These new insights, and the experience with the instructional activities as such will form the basis for the constitution of a modified hypothetical learning trajectory for the subsequent lessons. Simon (1995) describes this process as a "mathematics teaching cycle" (fig. 12).

Developmental research

In a similar vein, Freudenthal speaks of cyclic process of "thought experiments", and "teaching experiments" (fig. 13).

Figure 13. Cyclic process of thought experiments and teaching experiments.

Such cyclic processes form the backbone of the method of developmental research. Developmental research can be characterised as an iterative, and cumulative, process of designing, experimenting, reflecting, and redesigning that results in a well-considered, and empirically grounded local instruction theory. In each developmental research project, the question, "What constitutes mathematics education that is consonant with the basic principles of realistic mathematics education?" is answered locally, primarily on a concrete level. That is to say, the answer is sought for a specific topic, namely by developing a prototypical course for that topic. Broadly speaking, the researcher construes a provisional set of instructional activities, which is worked out in an iterative process of (re)designing and testing.

The process that governs this research process is very similar to that of the mathematical teaching cycles as described by Simon (1995). However, there are important differences. These concern the scope and the intent of these activities. Where a teacher may focus on a time span of one or two lessons, the intent of the developmental researcher is to develop instructional sequences and local instruction theories. The developmental researcher has to have a long-term learning process in mind, in which the subsequent cycles of thought and teaching experiments are connected (see fig. 14).

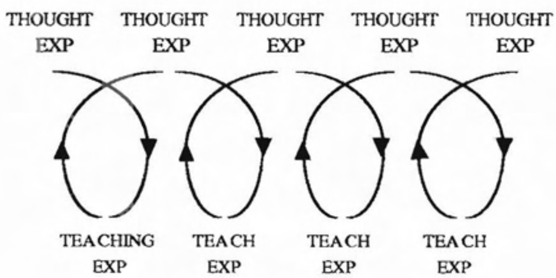


Figure 14. Developmental research, a cumulative cyclic process.

Moreover, the goal of the researcher is not to solve an immediate problem, but to foster an iterative, and cumulative, process of designing, experimenting, reflecting, and redesigning that results in a well-considered, and empirically grounded local instruction theory.

This implies that the mathematical teaching cycles serve the development of the instruction theory. In fact there is a reflexive relation between the thought, and teaching experiments at the micro level, and the local instruction theory that is being developed. At one hand, the conjectured instruction local theory guides the thought and teaching experiments, and at the other hand, the micro teaching experiments shape the local instruction theory (fig. 15).

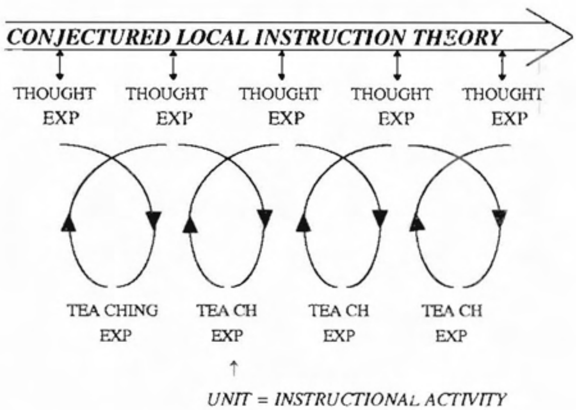


Figure 15. Reflexive relation between theory and experiments.

The relation between the conjectured instructional theory and the emerging local instruction theory can be elucidated with the journey metaphor Simon (1995, 136) uses to explain his choice of the word "trajectory". The analogy between a learning trajectory and a journey is in the relation between the anticipated and the actual. For a journey, you will make a plan but when travelling you must constantly adjust because of the conditions you encounter. In a similar way the learning trajectory the teacher anticipates for his students is hypothetical learning trajectory that "by definition" will differ from the actual learning trajectory. Likewise, the local instruction theory that emerges as the end product of the research project, will differ from the conjectured local instruction theory that was used as a starting point.

In terms of instructional sequence, there are three different versions: the one that is envisioned in advance, the one that is enacted, and the one that is put together afterwards. The latter will differ from the enacted sequence, for it does not make sense to include instructional activities that did not match their expectations. At the same time, however, the fact that these activities were in the sequence will have effected the students. Therefore adaptations will have to be made when the non-, or less-functional activities are to be left out. As a consequence, the resulting instructional sequence will have to be put together as a reconstruction of instructional activities which are thought to constitute the effective elements of the sequence.

This of course brings with it problems of justification; empirical findings can not be brought to bear for the resulting sequence in a direct manner. Instead, the theory that underlies the sequence can be seen as the result of the learning process the researcher went through during the sequence of thought and teaching experiments. Thus, it is this learning process that has to justify the local instruction theory. Or as Freudenthal puts it:

> Developmental research means: "experiencing the cyclic process of development and research so consciously, and reporting on it so candidly that it justifies itself, and that this experience can be transmitted to others to become like their own experience." (Freudenthal, 1991, p. 161)

The process by which the theory is brought fort should justify the theory. In ethnographic research this methodological norm is labelled "trackability". The outsider should be able to retrace the learning process of the researcher. Trackability is essential for the teachers who want to use the instructional sequence developed in this process. If the norm of trackablility is truly fulfilled, the teachers can appropriate the experiences and considerations of the researcher, then they will have the disposal of a sound basis to make their own assessments, and to make their own adaptations.

That is to say, although the teacher may rely on a externally dèveloped theory, and tasks, there is still room — and a need 19 for hypothetical learning trajectories. For, tasks will have to be trimmed to the specific situation of this teacher, with these students, at this moment in time. To make such decisions, the teacher has to construe hypothetical learning trajectories. Albeit, when construing these HTL's the local instruction theory can be used as a framework of reference.

Design and adjustments

Another correspondence between Simon's model and that of developmental research concerns the role of domain-specific knowledge (compare fig. 16).

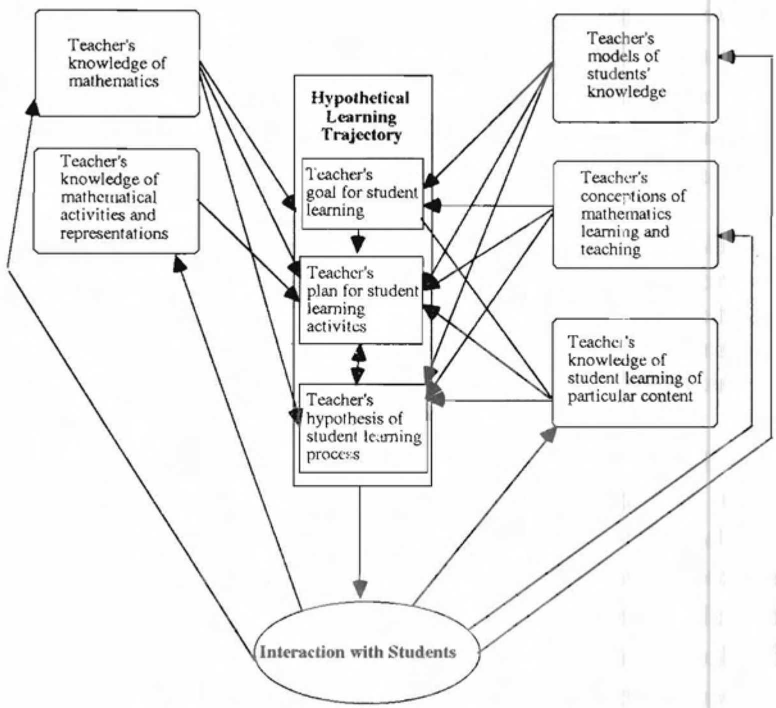


Figure 16. Teacher's knowledge (Simon, 1995, 136).

Like the teacher, the researcher may take ideas from whatever sources to construe a conjectured local instruction theory. The sources may be curricula, texts on mathematics education, research reports and the like. Mark, however, that adopting an activity that stems from an existing course or some experimental approach, does not imply that the underlying instruction theory will be adopted too. In that sense, instructional activities are being detached from their original context. The way by which this is done is determined by the researcher's overall vision on the end product.

This approach may be called "theory-guided bricolage" (Gravemeijer, 1994a&b), since it resembles the manner of working of what the French call a "bricoleur". A bricoleur is an experienced tinkerer/handy man, who uses as much as possible those materials that happen to be available. To do so, many materials will have to be adapted. Moreover, the bricoleur may have to invent new applications, that differ from what the materials were designed for. The developmental researcher follows a similar approach, but the way in which selections and adaptations are made, will be guided by a theory, a theory on realistic mathematics education. That is why we speak of *theory-guided* bricolage. In the beginning of the innovation of mathematics education in the Netherlands, this theory was more a global philosophy on mathematics education than a theory. Gradually, however, a domain-specific instruction theory is evolved.

This theory guides not only the construction of the provisional design, but it also guides the further elaboration of the course, which is executed in an iterative process of experimenting and adapting.

Theory development in a broader perspective

The bricolage metaphor is taken from Levi-Strauss (cited by Lawler, 1985), who uses it to describe the human thinking process. Jacob (1982) uses a similar metaphor — "tinkering" — to describe evolution. Both interpretations fit developmental research, since the first characterisation corresponds fairly well with the basic design process, while the second one describes the long term perspective of developmental research. The latter, namely, denotes the cumulative effect of a long term process of adapting, adjusting, improving and elaborating. This process not only concerns a product, it also includes the growth of the instruction theory. In matter of fact, curriculum development and theory development go together. In developmental research, these are the two sides of the same coin. Although, the ultimate goal is theory development.

Initially, the theory that is being developed is local in the sense, that it describes how that specific topic should be taught to fit the basic principles. The base level of developmental research is concrete and local. By formulating a local instruction theory a shift is made towards a theoretical level. However, the theory is still local. Therefore the next step is, to move from local to general. Although "general" in this context is still limited; the instruction theory that is being developed is confined to mathematics education, and it is linked to the realistic approach. That is why one speaks of a *"domain-specific instruction theory for realistic mathematics education"*. This domain-specific instruction theory can be construed, by searching the various local instruction theories for common characteristics.

RME theory

In the past two and a half decades, Freudenthal's philosophy, or global theory, is elaborated in many prototypes that represent local theories (e.g., local instruction theories on fractions, addition and subtraction, written algorithms, matrices, differentiating, and exponential functions). In other words, global theory is concretised in local theories. Vice versa the more general theory can be reconstructed by analysing local theories. In this manner, Treffers (1987) (re)constructed a domain specific theory for realistic mathematics instruction RME. What he did was to try to make sense of twenty years of developmental work, carried out inside and outside IOWO and its successor OW&OC. In this way he was able to trace five characteristics of "progressive mathematizing", as he denotes the actual elaboration of the reinvention principle. Progressive mathematizing in turn could be embedded in Van Hiele's level theory (Van Hiele, 1973) and Freudenthal's didactical phenomenology (Freudenthal, 1983).

Treffers ascribes progressive mathematization five characteristics.

The use of contextual problems: In realistic mathematics education, contextual problems do not just figure as applications at the end of a sequence. Contextual problems are also exploited as a meaningful starting point from which the beamed mathematics can emerge.

Bridging by vertical instruments: broad attention is given to models, model situations, and schemata, that rather than being offered right away, arise from problem-solving activities and subsequently can help to bridge the gap between the intuitive level and the level of subject-matter systematics.

Student contribution: the constructive element is visible in the large contribution to the course coming from the student's own constructions and productions.

Interactivity: explicit negotiation, intervention, discussion, cooperation, and evaluation are essential elements in a constructive learning process in which the student's informal methods are used as a lever to attain the formal ones.

Intertwining: the holistic approach, incorporates applications, implies that learning strands can not be dealt with as separate entities, instead an intertwining of learning strands is exploited in problem solving.

Notice how the relation between theory and development in realistic mathematics education differs from the traditional relation between theory and development. The theory applied in curriculum development is not a well--defined, fixed theory. The initial theory is global, to some extent vague, and open for adaptation. Application of an *a priori* theory is not under discussion, the theory functions as a guideline and it inspires developmental research. The more refined theory is an *a posteriori* theory: it is the reconstruction of a theory in action. To put it another way, global basic theory is elaborated and refined in local theories. At the same time, the basic theory itself is developing. The central idea — mathematics as a human activity — remains the same, the relating theories however are adapted continuously.

Heuristics

We may note that Treffers' reconstruction of the theory underlying the prototypes developed in the spirit of the central idea, is rather descriptive in character. In the following the RME theory will be recast in a more prescriptive way, that is to say as heuristics for instructional development. We may distinguish three central heuristics: guided reinvention through progressive mathematisation, didactical phenomenological analysis, and emergent models.

Guided reinvention through progressive mathematizing

According to the reinvention principle, the students should be given the opportunity to experience a process similar to the process by which the mathematics was invented. Thus a route has to be mapped out that allows the students to find the beamed mathematics by themselves. To do so the developer starts with imagining a route by which he or she could have arrived at this outcome him- or herself. Here, knowledge of the history of

mathematics can be used as a heuristic device. Knowing how certain knowledge developed may help the developer to lay out the intermediate steps, by which the beamed mathematics could be reinvented.

The reinvention principle can also be inspired by informal solution procedures. Informal strategies of students can often be interpreted as anticipating more formal procedures. In this case, mathematizing similar solution procedures creates the opportunity for the reinvention process. In a general way one needs to find contextual problems that allow for a wide variety of solution procedures, preferably those which considered together already indicate a possible learning route through a process of progressive mathematisation.

Mark that the reinvention process implies *long term learning processes*. Unlike learning sequences, where the learning path is chopped up in separate learning steps — which can be mastered independently — the reinvention process evolves as a process of gradual changes. Therefore intermediate steps always to have to be viewed in a long term perspective, and not as goals in itself. In accordance with the notion of a level structure, an emphasis has to be given on *guided exploration*. One of the tasks of the developer is to construe this guidance by the design of a sequence of appropriate problems.

Didactical phenomenology

According to the didactical phenomenology (Freudenthal, 1983), situations where a given mathematical topic is applied are to be investigated for two reasons. Firstly, to reveal the kind of applications that have to be anticipated in instruction; secondly, to consider their suitability as points of impact for a process of progressive mathematisation. If we see mathematics as historically evolved from solving practical problems, it is reasonable to expect to find the problems which gave rise to this process in present day applications. Next we can imagine that formal mathematics came into being in a process of generalising and formalising situation-specific problem solving procedures and concepts about a variety of situations. Thus will be therefore the goal of our phenomenological investigation is to find problem situations for which situation specific approaches can be generalised, and to find situations that can evoke paradigmatic solution procedures that can be taken as the basis for vertical mathematisation.

This elaboration of a didactical phenomenological analysis fits nicely with the idea of *free productions* (Streefland, 1990). After being introduced to a certain type of contextual problems students can be asked to generate similar problems. These productions are beneficial for the students, since the making these productions demands a reflection on the foregoing activity, this may make the students aware of what they until then only knew in action. Free productions are beneficial for the developer too, since they may show informal strategies, notations, and insights that can be used in the sequel of the learning process.

Emergent models

The third heuristic is found in the role which *emergent models* play in bridging the gap between informal knowledge and formal mathematics. Whereas manipulatives are presented as preexisting models in product--oriented mathematics education, models emerge from the activities of the students themselves in realistic mathematics education. This means a model comes to the fore first, as a model is a model *of* a situation that is familiar to the student. Next, by a process of generalising and formalising, the model then becomes an entity on its own. Only after this transition, it becomes possible to use this model as a model *for* mathematical reasoning (Streefland, 1985; Treffers, 1991; Gravemeijer, 1994a&b). Key to this transition is that the models first derive their meaning — for the students — from their reference to experientially real situations, that subsequently a shift takes place, where a mathematical focus on strategies begins to dominate the reference to the context, and the character of the model changes.

Note that the term model should not be taken too literally. It can also concern a model situation, or a model procedure. Initially, the models are to be understood as context-specific models. The models, refer to concrete or paradigmatic situations which are experientially real for the students. On this level the model should allow for informal strategies that correspond with situated solution strategies at the level of the situation that is defined in the contextual problem. From then on, the role of the model begins to change. As

the student gathers more experience with similar problems, the model gets a more general character. Actually, the process of acting changes; it gets a more object-like character. In this sense, the model becomes an object in and of it's own. By then, the model becomes more important as a base for mathematical reasoning, than as a way to represent a contextual problem. As a consequence the model can become a referential base for the level of formal mathematics.

These emergent models have to fulfill the following criteria. The models should not only refer to experientially real situations, they should also fit the informal solution strategies of students. Another important aspect the developer has to keep in mind is that the model has to foster the process of vertical mathematization and reification. Finally the model should be incorporated in such a way that the reified model does not become detached from the originating contexts: the students will have to be able come up a contextual problem to "concretise" a formal numerical task (see also Treffers, 1991).

Innovation process

Developing in interaction with practitioners

The enterprise of developing instructional sequences and (local) instruction theories is primarily focused on a community of mathematics educators. The instructional sequences are meant as prototypes that can inform and inspire textbook authors, teacher trainers, school counsellors, and last but not least, teachers. The accompanying (local) theories are meant to help these mathematics educators to understand and evaluate the intent and rationale underlying these prototypes. After all, what is hoped for is that the prototypes are adopted because people endorse the underlying ideas. In the end, idea-consistent adaptation — whether by teachers, teacher trainers, counsellors, or textbook authors — is only possible if one shares, the underlying ideas. This does not, however, imply the everyone has to agree on the local instruction theories on every detail. People may refine or adapt those theories under influence of there own domain specific knowledge and theories.

One cannot, however, expect practitioners to share ideas, if there is no process of negotiation or dialogue involved. The principle that there has to be an open exchange of ideas and experiences between researchers and practitioners is one of the corner stone of the Dutch innovation approach. The prototypical sequences play a central role in this process. The prototypes and the underlying theories are made available via journals, conferences and project publications. A forward line of mathematics educators will take the opportunity to experiment with the prototypes. All will adapt the prototypes to their own insights, and to the setting they are working in.

These experiences will be the basis for feedback to the researchers. Journals and conferences will be the channels for this feedback, next to direct contacts between this wider "realistic community" and the researchers. The feedback will include statements about the usefulness, information on what adaptations were made, and why, and how that worked out. Furthermore the feedback will also consist of opinions on how the prototypical sequences fit with practice theories at one hand, and with the overall educational philosophy of RME at the other hand.

Another source of feedback is from the users of textbook series that are based on the prototypical sequences. All in all this implies a complex set of feedback loops, as is shown in figure 17.

Figure 17. Feed back loops.

Point of departure is that to make the innovation a success, practitioners should be involved in a serious manner. This interaction serves not only the dissemination of the ideas of the researchers, it also works the other way around. It keeps the researchers from coming up with innovative activities that are out of touch with the reality of every-day classroom practice.

In conclusion, we might reflect upon the way the new curriculum that is constituted by all prototypical sequences and their elaboration in textbook series is justified. Traditionally curriculum innovation was justified by evaluation research that showed that the new curricula were more effective that their competitors. In the RME approach, the justification is not in quantitative data on the performance of the students. Instead, the justification is in grounded conjectures about how students learn and how the suggested instructional activities support this learning process. This RME approach fits with the general shift in the norms of justification that is observed by the RAC of the NCTM (1996). In comparison to traditional research, they argue, norms of justification have shifted from assembling facts that prove one curriculum better than an another, to providing well substantiated theories about how these curricula work. This fundamentally changes the position of the teachers. With the traditional justifications, the teachers would not have a way to know how to adapt curricula that were proven effective to their own situation. Crudely put, the only thing they knew was that it worked elsewhere. With the new norms, the teachers have some informative theories that they can take as a point of departure. They can take the theories of the researchers as conjectures, which they can test and modify in their own classroom. In this manner, the teachers can produce their own contribution to the development of those theories, instead of being passive consumers of knowledge produced by others.

Literature

Cobb, P. (1994). Constructivism in mathematics and science education, *Educational Researcher*, 23, n. 7, 4.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. (1994a). Educational Development and Educational Research in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education.* Vol. 25, 5, 443-471

Gravemeijer, K.P.E. (1994b). *Developing realistic mathematics education.* Utrecht: Cdß Press.

Hiele, P.M. van (1973). *Begrip en Inzicht*. Purmerend: Muusses.

Jacob, F. (1982). Evolution and tinkering. *Science, 196, 1161-1166*, 10 June 1977. Republished in: *The Possible and The Actual.* New York: Pantheon Books.

Lawler, R.W. (1985). *Computer Experience and Cognitive Development: A Child's Learning in a Computer Culture.* New York: Ellis Horwood Ltd, Chichester / John Wiley & Sons.

NCTM Research Advisory Committee (1988). NCTM Curriculum and evaluation standards for school mathematics: Responses from the research community. *Journal for Research in Mathematics Education 19*, 338-34.

NCTM Research Advisory Committee (1996). Justification and reform. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (5), 516-520.

Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.

Streefland, L. (1985). Wiskunde als activiteit en de realiteit als bron (Mathematics as an activity and the reality as a source). Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs (Nieuwe Wiskrant), 5 (1), 60-67.

Streefland, L. (1990). Fractions in Realistic Mathematics Education, a Paradigm of Developmental Research. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas Project.* Dordrecht: Reidel.

Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In: L. Streefland (ed.). *Realistic mathematics education in primary school.* Utrecht: Cdß press, 21-57.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Mathematics Teaching, 77, 20-26.

Grupo A

Tarefas e Materiais

Dinamizadores:

Albano Silva
Cristina Loureiro
Lurdes Serrazina

GRUPOS DE DISCUSSÃO

Actividades em Interacção na Sala de Aula de Matemática *

Margarida César
Departamento de Educação da F.C.U.L.
Madalena Torres
Escola 2-3 Avelar Brotero, Odivelas **

Introdução

Desde a década de 70 que se passou a dar uma importância fulcral ao papel que as interacções sociais, nomeadamente entre pares, têm na construção do conhecimento. O papel facilitador destas interacções foi realçado por numerosos estudos, sendo pioneiros aqueles que foram efectuados por Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976), ainda num meio que se pode designar, *grosso modo*, por laboratorial e recorrendo a provas piagetianas. A grande inovação introduzida por estes autores foi a de porem as crianças a resolver as tarefas propostas em díade ou em pequenos grupos, comparando os seus desempenhos e progressos face às que trabalhavam individualmente. Desta forma, tornou-se claro o papel desempenhado pelas interacções estabelecidas na implementação do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. O facto destes autores terem realizado pós-testes individuais bastante distanciados das sessões em que eram estabelecidas as interacções permitiu verificar que os progressos conseguidos eram estáveis no tempo e que as justificações para as respostas dadas pelas crianças não eram uma mera cópia das que ouviam aos seus pares, uma vez que elas eram capazes de elaborar argumentos próprios, muito tempo depois de os terem ouvido e discutido com os seus companheiros. Por outro lado, o facto de utilizarem provas piagetianas com todos os sujeitos, quer os que trabalhavam em interacção quer os que trabalhavam individualmente,

* Estes dados fazem parte do projecto "Interacção e Conhecimento", subsidiado pelo IIE, medida SIQUE 2, durante o ano lectivo de 1996/97.
** O nosso profundo agradecimento a todos os alunos das turmas 7ºA/8ºA, 7ºB/8ºB, 8ºA/9ºA e 8ºB/9ºB, da Escola Avelar Brotero (Odivelas), que participaram neste projecto em 1995/96 e 1996/97.

realçava o papel fulcral das interacções na implementação do

desenvolvimento cognitivo, uma vez que não eram tarefas inovadoras que produziam os melhores desempenhos dos sujeitos, era o modo interactivo como eles as resolviam que disso era responsável. Um importante primeiro passo estava dado: a Psicologia Genética passou a ser designada por Psicologia Social Genética e a dimensão social que ganhou manteve-se um dos pólos de investigação mais activos até aos nossos dias.

Nestas primeiras investigações, em que as tarefas propostas ainda eram piagetianas e, como tal, não estavam directamente ligadas a conhecimentos e competências adquiridos na sala de aula, perceberam-se já alguns aspectos que viriam a ser estudados em profundidade mais tarde e que se revelaram importantes para os desempenhos e progressos dos sujeitos: as instruções de trabalho que lhes eram dadas; as tarefas que lhes eram propostas e o facto de facilitarem a eclosão de conflitos sócio-cognitivos, que os sujeitos tinham posteriormente de regular; os conteúdos a que as tarefas se referiam e o facto de se obterem melhores desempenhos quando esses mesmos conteúdos possuíam aquilo que, mais tarde, Doise e Mugny (1981, 1985) designaram por marcação social, ou seja, um profundo significado social para o sujeito que desempenha a tarefa.

Piaget (1932, 1966) tinha já reconhecido a influência que as interacções sociais podiam ter nos desempenhos dos sujeitos, nomeadamente quando falou da necessidade de uma coordenação inter-individual como um dos factores que influenciam o desenvolvimento. No entanto, Piaget nunca atribuíu um papel primordial às interacções sociais em si porque, para este autor, tanto os processos de coordenação inter-individual como intra--individual podiam ser explicados por um mesmo mecanismo de auto--regulação interna, a equilibração, que era o que segundo ele dava um sentido ao próprio desenvolvimento. Assim, foi só quando as influências de Vygotsky se começaram a fazer sentir que a dimensão social passou a ter um papel de relevo. Vygotksky (1962, 1978) afirmava que o desenvolvimento era cultural e historicamente marcado, considerando por isso mesmo que todo o conhecimento começava por ser social antes de ser individual. Assim, para ele, existiria um primeiro momento de interacção social em que o conhecimento, exterior ao sujeito, lhe era apresentado e, só depois disso, o sujeito poderia interiorizá-lo. Esta concepção do desenvolvimento levou-o a defender a noção de ZPD (Zona Proximal de Desenvolvimento), que marcaria a distância entre o que o sujeito era capaz de realizar de forma independente (desenvolvimento real) e o que o sujeito era capaz de realizar com a ajuda de um par mais competente (desenvolvimento potencial). Para Vygotsky, o professor deveria actuar sobretudo na ZPD, uma vez que aquilo que os alunos são capazes de fazer hoje com a ajuda de um par mais competente, serão capazes de o fazer mais tarde de forma independente, ou seja, trabalhando na ZPD estamos a contribuir para que o desenvolvimento real do sujeito seja cada vez maior.

Quanto às tarefas, podemos dizer que a influência da linha neo-piagetiana realça a necessidade de que sejam capazes de gerar conflito sócio-cognitivo, enquanto a linha mais vygotskiana tem como preocupação central o papel desempenhado pelo par mais competente na evolução dos raciocínios efectuados pelo sujeito. Porém, estudos mais recentes e já contextualizados, nomeadamente aqueles que se referem a conteúdos matemáticos (Branco, Angelino e César, 1995; César, 1994, 1995, 1997; Perret-Clermont e Nicolet, 1988; Perret-Clermont e Schubauer-Leoni, 1988; Pontecorvo, 1987; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1985) referem que é a interacção em si que provoca os progressos dos sujeitos e não apenas o facto de eles interagirem com um par mais competente. Assim, numa díade, mesmo o par mais competente apresenta progressos consideráveis no seu desempenho e sucesso escolar; não é apenas o par menos competente que beneficia da interacção estabelecida.

Este aspecto, que Vygotsky não refere nunca, parece-nos precisamente o aspecto mais rico que as interacções sociais podem ter, do ponto de vista pedagógico. Se pretendemos, como está explícito nos objectivos dos actuais currículos, promover o pleno desenvolvimento de todos os alunos, então um método que apenas fizesse progredir os mais fracos teria de nos pôr sérios problemas deontológicos. A riqueza do trabalho em interacção consiste precisamente no facto de ser a regulação dos conflitos sócio-cognitivos que gera desenvolvimento, que facilita a apreensão de conhecimentos e a aquisição de competências matemáticas. O facto de o sujeito ter de se descentrar da sua posição pessoal, de compreender as conjecturas e argumentações do outro, de ter de decidir se as considera válidas ou não, e porquê, faz com que o progresso se dê tanto para os que são mais competentes, como para os que o são menos. Aliás, mesmo quando se trata de díades simétricas (com um mesmo nível de conhecimentos e competências matemáticas, bem como de desenvolvimento cognitivo), os progressos continuam a existir.

No entanto, para que se promovam as interacções entre pares não basta sentar as crianças lado-a-lado numa mesma mesa. É necessário construir tarefas problemáticas, que fomentem a discussão, é essencial dar-lhes instruções claras sobre como devem trabalhar (sobretudo nos dois primeiros meses de trabalho) e é preciso definir critérios cada vez mais finos e fundamentados sobre como formar as díades. É preciso, também, que os professores queiram colaborar e que acreditem naquilo que fazem, factor sem o qual não há método pedagógico que resista. Assim, a formação de professores pode desempenhar um papel fundamental para que as interacções passem a ser mais implementadas nas nossas salas de aula, tanto mais que temos neste momento um leque de tarefas disponíveis bastante alargado e que as nossas salas de aula já sentam as crianças duas a duas, pelo que o espaço da sala de aula está particularmente bem adaptado a este tipo de trabalho.

Método

A **amostra** a que nos referimos neste artigo* é formada por 4 turmas: duas turmas de 7º ano e duas de 8º ano, em 1995/96, que continuaram a fazer parte do projecto em 1996/97. Os alunos frequentavam o ensino diurno numa escola 2-3 da região da grande Lisboa. Destas turmas, uma de cada ano de escolaridade era do ensino especial.

O **instrumento** que vamos apresentar é uma das tarefas** que foram propostas aos alunos, durante estes dois anos lectivos, e que ilustra o papel que uma tarefa motivadora e geradora de conflito sócio-cognitivo pode desempenhar na promoção do pleno desenvolvimento dos alunos e do seu sucesso escolar.

Como todo este trabalho foi contextualizado e realizado na sala de aula, o **procedimento** utilizado para recolha dos dados foi a observação

* O projecto Interacção e Conhecimento inclui outras turmas, de diversos anos de escolaridade, e outras escolas, que não serão focadas neste artigo.

** A apresentação de apenas uma tarefa, ao contrário do que fizemos na comunicação oral, deve-se a limitações de espaço.

participante, que permitia recolher os principais aspectos dos diálogos das díades ou grupos, complementada pela fotocópia dos protocolos dos alunos e por alguns registos em vídeo. Este trabalho era também acompanhado de um registo que a professora e a psicóloga íam efectuando (esta última ía à escola uma vez por semana), sobre cada díade, e que nos dá acesso ao que elas consideraram os pontos de evolução mais importantes em cada uma das díades que se tinham formado. Quando havia elementos externos ao projecto que contribuíam para a sua avaliação, eles também nos forneceram os seus registos, como forma de complementar os nossos.

A análise dos dados foi feita a partir de transcrições dos diálogos, a que se juntaram as cópias das folhas de resposta dos alunos, bem como fotocópias de partes dos seus cadernos diários. Esta análise pode ser efectuada de duas maneiras diferentes: por um lado, como se trata de um estudo longitudinal, pode-se tomar como unidade de análise um mesmo sujeito ou díade e ver a sua evolução ao longo dos 3 anos de duração do projecto, uma vez que estes alunos foram acompanhados durante o 3º ciclo; por outro lado, pode também fazer-se uma análise transversal, tomando como unidade de análise todas as respostas que obtivemos em relação a uma determinada tarefa. Neste artigo, optámos por esta última forma, uma vez que era aquela que melhor se adaptava a estudar mais em profundidade a tarefa em si.

Uma actividade resolvida em Interacção na Sala de Aula

A tarefa proposta consistia no seguinte problema, retirado da tradução portuguesa dos Standards of the National Council of Teachers of Mathematics (1991/1989), p.91:

"Quantos apertos de mão ocorrerão numa festa se cada um dos 15 convidados der apenas um aperto de mão aos outros?"

Esta tarefa foi proposta nas duas turmas de 7º ano de escolaridade, em Abril de 1996, no início da unidade curricular das equações. O que a professora pretendia com esta tarefa era mostrar aos alunos que eles sabiam resolver problemas, de uma forma diversificada (ou seja, recorrendo a diversas estratégias de resposta), mesmo antes de adquirirem mais uma ferramenta que lhes iria ser útil para resolver situações problemáticas.

Pretendia-se, à semelhança do que vinha acontecendo desde o início do ano lectivo, desenvolver a capacidade de compreensão e aplicação de estratégias de resolução variadas, assim como a sua capacidade de avaliação da adequação das estratégias usadas ao problema proposto. Ao pretender aumentar o reportório de estratégias de resolução e abordagens tinha-se em conta a importância dos processos de raciocínio, salientando a sua relevância em relação à mera resposta, sem justificação. Assim, esta tarefa servia como introdução à unidade curricular das equações, que iria ser explorada nas aulas seguintes, mas tinha subjacente os pressupostos teóricos que tinham orientado o trabalho efectuado ao longo do ano lectivo.

À psicóloga interessava-lhe ver as potencialidades que esta tarefa tinha na implementação do conflito sócio-cognitivo, ver como é que os diferentes alunos que constituíam cada grupo (nesta fase do ano lectivo, cada duas díades formavam um grupo de 4 alunos) geria as interacções que se íam estabelecendo entre os seus diversos elementos, ver como abordavam o problema alunos com diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo e como os elementos dos grupos eram capazes de encontrar linguagens (a intersubjectividade partilhada, segundo Wertsch, 1991) que lhes permitissem comunicar estratégias de resposta diversas.

No vídeo que foi realizado nesta aula está patente como os vários grupos trabalham de uma forma empenhada e com entusiasmo. O carácter motivador da tarefa foi, portanto, evidente para os observadores que se encontravam na sala de aula e para quem, posteriormente, analisou o vídeo. Porém, o aspecto mais interessante pedagogicamente foi a riqueza das interacções estabelecidas e a variedade das estratégias de resolução encontradas pelos alunos e que estava patente nas suas folhas de resposta (ver Anexo 1, que reproduz exactamente as folhas de resposta dos grupos).

Se analisarmos os protocolos dos 5 grupos que existiam nesta aula numa das turmas, podemos identificar diversas estratégias de resposta. O grupo 2 é o que tem uma maior necessidade de fazer apelo ao concreto, simulando com as suas mãos o que aconteceria se na festa só existissem 4 convidados, o que corresponde ao número de sujeitos do grupo. Este grupo tinha integrada uma das alunas do ensino especial e é curioso o cuidado que eles têm em ver se ela está sempre a acompanhar o trabalho que vai sendo desenvolvido, como se vê na frase final, quando lhe voltam a explicar por que motivo o último dos 15 sujeitos da festa já não aperta a mão a ninguém.

O grupo 4, depois de insistir numa estratégia de resposta que os levava a terem sempre resultados diferentes dos restantes grupos, como eles confirmaram quando já tinham resolvido o problema, também recorre à simulação concreta. Podemos considerar que, neste caso, a necessidade de ir ao concreto não se faz sentir assim que é lido o problema, é suscitada pelo facto de eles não perceberem o motivo que levava a sua solução a ser diferente das dos demais grupos. É curioso ressaltar, neste caso, que o que preocupava o grupo não era que a estratégia de resposta fosse outra. Durante o ano lectivo eles tinham tido oportunidade de discutir estratégias de resposta diversas, que levavam todas elas à solução do problema. O que os preocupava era o facto de a solução encontrada não ser a mesma, o que eles interpretavam como havendo algo errado na sua estratégia de resolução. No entanto, esse facto não os fez, naquela aula, abandonar a estratégia que tinham escolhido. Só posteriormente, quando já tinham voltado a discutir o problema entre eles, perceberam que aquela estratégia de resposta não se adaptava ao problema proposto.

Outros grupos, como o grupo 1 ou o grupo 5 recorrem a uma estratégia de representação gráfica para conseguirem depois resolver o problema através de uma estratégia de resolução aritmética. No caso do grupo 1 a representação gráfica é bastante elaborada, mas retrata o que se passaria com 4 convidados. Assim, neste caso, os alunos tiveram necessidade de simular o que se passaria num grupo mais restrito para, depois, conseguirem generalizar o que ocorreria com 15 convidados (e segundo eles disseram, também sabiam calcular para qualquer outro número).

O grupo 5 recorre à representação gráfica mas por um motivo diferente: o Gonçalo tinha percebido muito rapidamente como se resolvia o problema e, para explicar o seu raciocínio aos colegas, no seu caderno - logo, ele não considerava que esta fosse a "verdadeira" estratégia de resolução, pois não usa a folha de respostas do grupo - ele desenha o que aconteceria ao 1° convidado, que daria 14 apertos de mão, ao 2°, que daria 13, e pergunta então se os outros já perceberam o que ele está a pensar.

Nos grupos 1, 2 e 5 vemos uma capacidade de generalizar para um número maior de sujeitos e chegar à solução do problema. Porém, só o grupo

3 é capaz de resolver imediatamente o problema sem ter necessidade de fazer uma simulação concreta. Eles percebem imediatamente que o 1° convidado só dá 14 apertos de mão, o 2° dá 13 e assim sucessivamente. Deste modo, usando uma estratégia de resolução aritmética, eles descobrem muito rapidamente a solução do problema. No entanto, como viram que os outros grupos ainda estavam a trabalhar, não ficam por aí e tentam encontrar uma nova estratégia de resolução. Na folha de respostas escrevem "outro processo" e indicam uma nova hipótese de resolução do problema. Esta nova estratégia de resolução parte do facto de eles já saberem quantos apertos de mão dava cada convidado, mas baseia-se numa outra regularidade matemática que descobrem (o 1° somado ao último dá 15; o 2° e o penúltimo somados também dão 15, e assim sucessivamente) e que também lhes permite obter a solução do problema. Neste caso, parece-nos nítida a atitude positiva que estes alunos têm face à matemática, bem como a facilidade em gerar novas conjecturas que vão testar.

Considerações finais

Ao analisarmos os desempenhos dos alunos, podemos verificar que esta tarefa se mostrou estar bem adaptada para os objectivos que a professora tinha estabelecido, uma vez que todos os grupos foram capazes de encontrar estratégias de resolução possíveis e, além disso, elas foram variadas, o que possibilitou uma discussão final bastante rica, permitindo que alunos de grupos diferentes alargassem ainda mais o seu reportório de estratégias de resposta, pois os grupos tinham todos eles seguido caminhos diferentes para resolver o problema. Paralelamente, ao ser uma tarefa que se mostrou altamente motivadora para os alunos, foi uma boa introdução à unidade curricular das equações pois, juntamente com as outras tarefas propostas no início desta unidade, permitiu-lhes ver que as equações podem ser uma ferramenta poderosa na resolução de alguns problemas.

Por outro lado, os objectivos que interessavam mais à psicóloga também foram atingidos, uma vez que este tipo de tarefa permite identificar os níveis de desenvolvimento cognitivo dos diversos elementos dos grupos, ver como eles gerem as interacções a partir dos entendimentos diversificados que têm da leitura do problema e analisar os progressos cognitivos e de conhecimentos e competências que estes alunos têm tido.

O papel fundamental representado pelas interacções estabelecidas entre os membros de cada grupo também se encontra patente no modo como cada grupo constrói as suas respostas. De facto, em nenhum caso é apenas um aluno que resolve o problema limitando-se os restantes elementos a concordar com a sua resolução. No vídeo está bem nítida a participação empenhada de todos os elementos do grupo e a procura conjunta de soluções, um elemento fundamental para que se dê uma co-construção do conhecimento, só possível com um trabalho em interacção. Os elementos de cada grupo ouvem as sugestões que são dadas para a resolução do problema, completam-nas ou alteram-nas, explicam o que pensaram e, deste modo, a folha de respostas que corresponde a cada grupo é um trabalho que resulta plenamente das interacções que se realizaram. Sem elas, muitos daqueles alunos não teriam chegado às soluções encontradas e certamente que o seu reportório de estratégias de resposta e a sua capacidade de gerar novas soluções seria mais reduzido. Para além disso, como têm de justificar as sugestões que fazem, estes alunos desenvolveram uma capacidade de argumentação notável.

O recurso a situações problemáticas permite fomentar de uma forma eficaz as interacções entre pares ou grupos de alunos, sendo um instrumento facilitador da sua apreensão dos conhecimentos e da aquisição de competências matemáticas. Para que as interacções sejam frutuosas e promovam o pleno desenvolvimento dos alunos e o seu sucesso escolar é necessário que os professores proponham actividades que sejam estimuladoras de conflitos sócio-cognitivos, mas também que eles criem estratégias de trabalho na sala de aula que ajudem os alunos a serem capazes de aprender a ouvir os outros, a saber expressar as suas próprias ideias, a conseguir gerar novas hipóteses de trabalho quando a primeira que tinham previsto falha, a conseguirem explorar os seus erros como forma (natural!) de qualquer processo de verdadeira aprendizagem. Assim, é necessário criar um novo clima de sala de aula para que os alunos tenham a possibilidade de explorar as potencialidades das tarefas que lhe são propostas e, principalmente, as suas próprias potencialidades, enquanto sujeitos em pleno desenvolvimento. Para que a sala de aula de matemática se torne um espaço onde aprender está associado às palavras prazer, interagir e descobrir e não a difícil, "seca" e insucesso, como tantas vezes acontece nas nossas escolas.

Referências:

Augustine, D., Greber, K. & Hanson, L. (1990). Cooperation works! *Educational Leadership*, **47**, 4, 4-7.

Branco, J., Angelino, N. & César, M. (1995). Ensino cooperativo - Trabalho em díade vs. individual. *Actas do ProfMat 95*, Lisboa: APM, 175-181.

Brun, J. & Conne, F. (1990). Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Education et Recherche*, **12**, 3, 261-286.

Bruner, J. (1990). *Acts of meaning*. Cambridge: Harvard University Press.

Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1989). *Na Vida Dez, Na Escola Zero*. São Paulo: Cortez Ed.

Carugati, F. & Gilly, M. (1993). The multiple sides of the same tool: Cognitive development as a matter of social constructions and meanings. *European Journal of Psychology of Education*, **VIII**, 4, 345-354.

César, M. (1994), Factores psico-sociais e equações, *Actas do ProfMat 94*, Lisboa: APM, 82-92.

César, M. (1995), Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas, *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa: APM, 225-240.

César, M. (1997). *O papel da interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas*. Col. Horizontes Pedagógicos, n.º 23. Lisboa: Instituto Piaget. (in press)

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. (1975). Social interaction and the development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology*, **5**, 3, 367-383.

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N.(1976). Social interaction and cognitive development: further evidence. *European Journal of Social Psychology*, **6**, 2, 245-247.

Doise, W. & Mugny, G. (1981). *Le Développement Social de l'Intelligence*, Paris: InterEditions.

Elbers, E. (1996). Cooperation and Social Context in Adult-Child Interaction. *Learning and Instruction*, **6**, 4, 281-286.

Gilly, M. (1990). Mécanismes psychosociaux des constructions cognitives: perspectives de recherche à l'âge scolaire. In G. Netchine-Grynberg (Ed.), *Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant.* Paris: PUF, cap. 10, 210-222.

Gilly, M. & Roux, J-P. (1984). Efficacité Comparée du Travail Individuel et du Travail en Interaction Socio-Cognitive dans l'Appropriation et la Mise en Œuvre de Règles de Résolution chez des Enfants de 11-12 Ans, *Cahiers de Psychologie Cognitive*, **4,** 2, 171-188.

Järvelä, S. (1996). New models of teacher-student interaction: A critical review. *European Journal of Psychology of Education*, **XI**, 3, 249-268.

Liverta-Sempio, O. & Marchetti, A. (1997). Cognitive development and theories of mind: Towards a contextual approach. *European Journal of Psychology of Education*, **XII**, 1, 3-22.

Mugny, G. (1985). *Psychologie Sociale du Développement Cognitif*, Berna: Peter Lang.

Mugny, G., Doise, W. & Perret-Clermont, A.-N. (1976). Conflits de centration et progrès cognitif, *Bulletin de Psychologie*, **29**, 321, 199-204.

Murphey, T. (1989). Sociocognitive Conflict: Confused? Don't Worry, You May Be Learning!, *Et Cetera, A Review of General Semantics*, **46**, 4, 312-315.

Nunes, T., Light, P. & Mason, J. (1993). Tools for thought: the measurement of lengh and area. *Learning and Instruction*, **3**, 1, 39-54.

Perret-Clermont, A.-N. (1976/78). *Desenvolvimento da Inteligência e Interacção Social.* Lisboa: Instituto Piaget. (Trad. da Tese de Doutoramento, defendida em 1976, na Univ. de Genève).

Perret-Clermont, A.-N. & Nicolet, M. (1988). *Interagir et Connaître - Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif.* Fribourg: DelVal.

Piaget, J. (1932). *Le jugement moral chez l'enfant.* Paris: PUF.

Piaget, J. (1966). Nécessité et significations des recherches comparatives en psychologie genétique. *International Journal of Psychology*, 1, 3-13.

Pontecorvo, C. (1987). Interaction Socio-cognitives et Acquisition des Connaissances en Situation scolaire: Contextes Théoriques, Billan et Perspectives. *European Journal of Psychology of Education*, nº especial, Junho 1987, 139-149.

Renshaw, P. D. (1996). Commentary on Adult-Child Interaction: Can we move beyond traditional binaries?. *Learning and Instruction*, **6**, 4, 399-404.

Rogoff, B. (1982). Integrating context and cognitive development. In M. E. Lamb (Ed.), *Advances in developmental psychology*. Hillsdale, NY: Erlbaum, vol. 2, 125-170.

Santos, M.P. & Matos, J. F. (1995). Matemática e Realidade - Aprendizagem situada. *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa: APM, 209-224.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1985). Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant. In G. Mugny (Ed.). *Psychologie sociale du développement cognitif*. Berna: Peter Lang, cap. 11, 225-250.

Sternberg, R. & Wagner, R. (1994). *Mind in context: interactionist perspectives on human intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press.

S/ autor (1991/1989). *Normas para o Currículo a a Avaliação em Matemática Escolar* (Tradução dos Standards of the National Council of Teachers of Mathematics), Lisboa: APM.

Vygotsky, L.S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge MA: MIT Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and Society*. Cambridge MA: Harvard University Press.

Wertsch, J. V. (1991). *Voices of mind. A sociocultural approach to mediated action*. Hemel Hempstead: Havester Wheatsheaf.

Wistedt, I. (1994). Everyday common sense and school mathematics. *European Journal of Psychology of Education*, 9, 1, 139-147.

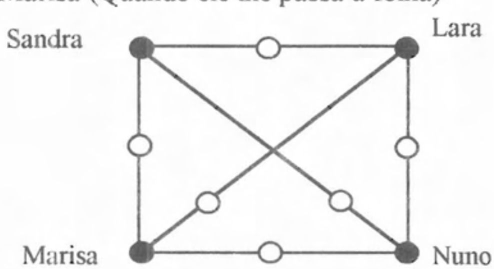
Wistedt, I. & Martinsson, M. (1996). Orchestrating a mathematical theme: eleven-year olds discuss the problem of infinity. *Learning and Instruction*, 6, 2, 173-185.

Anexo1 (cópia das folhas de resposta dos alunos)

Grupo I

		1 pessoa	1		15	15
Nuno	———	dá um	———	=	———	pessoas
		aperto	1		x	dão?
				=	15 apertos de mão	

Marisa (Quando ele lhe passa a folha)



○ → Aperto de mão; vale um aperto de mão

(Passa novamente a folha ao Nuno; explica-lhe o que fez; ele percebe e concorda)

Mudança de atitude do Nuno - " Qual é a outra que estavas a dizer?". Ouve e começa ele a escrever para 15 pessoas:

1 dá 14	9 dá 6
2 dá 13	10 dá 5
3 dá 12	11 dá 4
4 dá 11	12 dá 3
5 dá 10	13 dá 2
6 dá 9	14 dá 1
7 dá 8	15 dá 0 → cumprimentou todos
8 dá 7	= 105 → apertos de mão

Grupo 2

Simulam, com as mãos deles, o que acontecia com 4 pessoas. Percebem que dá 6.

Escrevem

1 — 14
2 — 13
3 — 12
4 — 11
5 — 10
6 — 9
7 — 8
8 — 7
9 — 6
10 — 5
11 — 4
12 — 3
13 — 2
14 — 1
15
105

Dizem "a Cátia não aperta nenhum, porque já apertou todos" (nova necessidade de voltar ao exemplo concreto que tinham feito)

Grupo 3

Folha de Resposta

Nome do Grupo <u>Cláudia, João, Nª Inês, Gilberto</u> Turma: <u>B</u>

um dos convidados deu 14 apertos de mão, (chegámos a esta conclusão, porque o convidado não se cumprimenta a si próprio).

Outro dos convidados já só dará 13 apertos de mão, porque já não ~~se~~ cumprimenta o convidado que o cumprimentou, nem a si próprio.

outro convidado dará só 12 apertos ~~porque não~~

é assim sucessivamente

um dos convidados não dará nenhum aperto de mão.

14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 10:

nº de apertos de mão dados por cada um dos convidados

14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
+ 1
105

Outro processo:

14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0

Número de apertos de mão dados por cada 1 dos convidados

Juntando o 1º ao último dão 15 apertos de mão o 2º ao penúltimo também da 15 apertos de mão e assim sucessivamente e depois vamos juntar todos os 15s que resultaram e vai dar 105 apertos de mão

R. Ocorreram 105 apertos de mão.

Grupo 4

Com quatro percebem que dá 6
vão de 2 em 2

$\frac{4}{6}$ — $\frac{6}{8}$ — $\frac{8}{10}$, etc.

<u>Depois da discussão com a Rita:</u>

$$\overset{+2}{\frac{4}{6} \quad\quad \frac{6}{14}}_{+8}$$

Continuam a querer, forçosamente, aplicar proporções.

Só na aula seguinte percebem o erro que fizeram. (Ficaram a discutir entre eles o problema.)

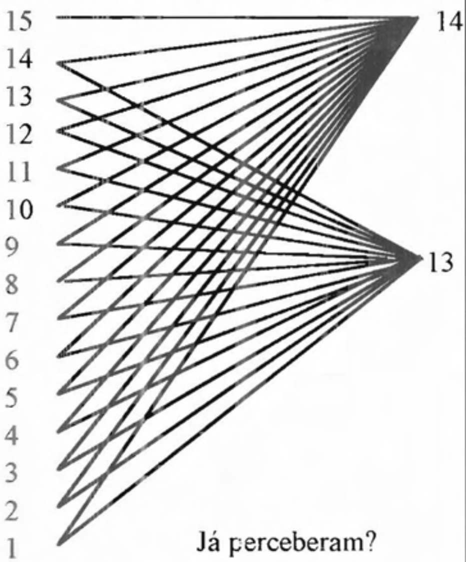
Grupo 5

1ª Resolução

$14 \times 15 = 210$

percebem que está errado e escrevem ERRADO.

Gonçalo (no caderno dele)



Já perceberam?

Escrevem na folha

1 dão 14
2 ---- 13
3 ---- 12
4 ---- 11
5 ---- 10
6 ---- 9
7 ---- 8
8 ---- 7
9 ---- 6
10 ---- 5
11 ---- 4
12 ---- 3
13 ---- 2
14 ---- 1
15 ---- 0

Concepção de um Instrumento para Análise de Manuais Escolares de Matemática

Fátima Regina Jorge
Escola Superior de Educação de Castelo Branco

Resumo

O êxito dos novos programas de matemática é fortemente condicionado pelos instrumentos pedagógicos e materiais didácticos colocados à disposição do docente, pelo que ninguém pode ser indiferente ao papel desempenhado pelo manual escolar nesse processo. Tanto mais que, este constitui, seguramente, o instrumento pedagógico mais acessível, mais difundido, mais utilizado e mais padronizador. Para muitos investigadores a forma como o programa é desenvolvido no manual escolar constitui uma boa fonte de informação da forma como a matemática é ensinada nas nossas escolas, pautando no conteúdo e na forma o ensino da matemática.

Nesta comunicação referiremos os princípios orientadores na concepção de um instrumento para análise de manuais escolares (m.e.) de Matemática, sugeridos pela investigação nesta temática. Uma vez que o poder não tem feito cumprir a legislação vigente sobre selecção e controle de qualidade dos manuais escolares, defende-se que a essa concepção deve privilegiar a aplicabilidade do instrumento à selecção do manual escolar, pelos professores na respectiva escola.

Assim propomo-nos:

- identificar os aspectos mais relevantes para análise de m.e.;
- classificar os aspectos identificados em dimensões e parâmetros;
- apresentar algumas sugestões concretas para a análise de m.e..

1. Introdução

Parece ser inquestionável que o manual escolar desempenha um papel privilegiado no processo ensino/aprendizagem relativamente a outros instrumentos pedagógicos e materiais didácticos. A atestá-lo estão inúmeros estudos, conferências e reuniões sobre a qualidade, o impacto e a importância dos manuais escolares.

Apesar dessa importância ser, também, reconhecida pelo Ministério da Educação através da regulamentação dos processos de adopção, período de vigência, apreciação e selecção de m.e., constata-se que na prática os orgãos de gestão pedagógica não dispõem de um instrumento de análise simples, objectivo e manuseável que permita dar uma resposta eficaz no processo de escolha do m.e..

Embora não haja unanimidade no que respeita às funções do m.e. há alguns aspectos que gostaria de destacar pela sua maior consensualidade (Guimarães e Esteves, 1990):

- constituir um instrumento pedagógico a ser utilizado pelo aluno, para aprendizagem, descoberta e/ou consolidação dos seus conhecimentos matemáticos;
- ser um elemento de consulta para o aluno capaz de favorecer hábitos de leitura e interpretação de textos de matemática;
- contribuir para a formação do professor (sobretudo em início de carreira).

Este último aspecto reveste-se de particular importância na medida em que há evidências de que os professores são mais influenciados pelas propostas de actividades incluídas no manual do que pelas sugestões dos programas oficiais (Harmer e Yager, 1981, GEP, 1990, citados em Santos e Valente, 1995; Cachapuz e outros, 1987; Vieira, 1990, Duarte, 1993, Martins, 1991; Gutiérrez-Vásquez, 1993). Na opinião de alguns destes investigadores e de organizações como, por exemplo, o NCTM (1991) a forma como o programa é desenvolvido no manual escolar constitui uma boa fonte de informação da forma como a matemática é ensinada nas nossas escolas pautando no conteúdo e na forma o ensino da matemática.

Pelo que foi exposto encaramos o manual escolar como um instrumento pedagógico a ser utilizado pelo aluno para o seu trabalho em matemática e ainda como um guia para o professor orientar as suas aulas.

A emergência dos novos programas de matemática com tudo o que implica em termos de novos conteúdos, novas orientações metodológicas e novas formas de avaliação e respectivos reflexos nos manuais torna premente a análise dos m.e.. Pelo que se defende a definição urgente de critérios de análise para manuais escolares de matemática e a consequente aplicação dos mesmos à avaliação dos m.e..

A elaboração de uma grelha para análise e avaliação de m.e. afigura-se-nos pertinente porque:

1- os manuais escolares constituem o instrumento pedagógico mais acessível, mais difundido, mais utilizado e mais padronizador;
2- êxito dos novos programas de matemática é fortemente condicionado pelos manuais escolares colocados à disposição do docente (sem menosprezar a importância de outros materiais de ensino);
3- as grelhas encontradas são, na maior parte dos casos, instrumentos muito gerais não contemplando as especificidades da disciplina de matemática.

Nesta comunicação apresentam-se os aspectos mais relevantes sobre os quais deve incidir a análise de m.e. de matemática, os quais se enquadram nas grandes linhas orientadoras da concepção de instrumentos de análise, de instrumentos pedagógicos e materiais didácticos. Terminaremos apresentando uma proposta de grelha de análise.

2. Alguns aspectos fundamentais num manual escolar de matemática

Nos últimos 30 anos passou-se de uma situação de existência de livro único para uma profusão espantosa de novos manuais para o mesmo ano de escolaridade. São notórias as modificações operadas nos manuais, nomeadamente a partir dos anos 80, como consequência dos estudos feitos no domínio da psicologia da aprendizagem. Estas têm procurado acompanhar a evolução havida no ensino das ciências, em particular das ciências da educação.

Uma análise comparativa, mesmo que superficial, dos m.e. mais antigos com os actuais permite constatar que a imagem e a cor são intensamente utilizadas e acompanhadas de progressiva redução do texto científico (aspecto bem patente nos livros de níveis de escolaridade mais baixos). Poderemos dizer que, de uma forma geral o livro escolar, se tornou mais convidativo e estimulante para o aluno.

Contudo, os resultados de alguns estudos incidindo sobre a análise do tratamento dado a tópicos matemáticos em manuais escolares de matemática de vários anos de escolaridade (Robert, 1981; Carvalho e Silva, 1984 e 1988; Pastor e outros, 1992; Jorge, 1994), permite-nos inferir que na generalidade dos m.e., colocados no mercado, é notória a probreza de orientações metodológicas ou de indicação de bibliografia adequada a par de erros (científicos ou didácticos) e omissões de reconhecida gravidade. Além de que se constata que, na maior parte dos casos, as ilustrações inseridas no manual na introdução de conceitos não são criteriosamente seleccionadas. Sistematicamente somos confrontados com a inclusão de imagens ressaltando características visuais muito fortes (por exemplo, triângulos representados preferencialmente com um dos lados paralelos ao limite inferior da página respectiva).

Um aspecto que se reveste de particular relevância é o da inserção de temas de história da matemática. A história da matemática constitui um assunto que apesar de não ter integrado regularmente os currículos do ensino superior até há poucos anos não tem sido objecto de preocupação em termos de formação contínua dos professores, quer em termos informativos quer didácticos (basta lembrar que o ensino da matemática não constitui prioridade dos programas de formação contínua). Pelo que, só restam, na opinião de Carvalho e Silva (1993) os manuais escolares. E o que é que encontramos nos m.e.? Breves biografias de matemáticos célebres, ou meras curiosidades que por si só parecem não ser motivadoras para o aluno. Carvalho e Silva chama a atenção, relativamente ao ensino secundário, para os "livros de texto enfadonhos e tecnicistas com ausência de referências à história da matemática" que vieram suceder a livros únicos[1] que continham abundantes e pertinentes referências à História da Matemática.

[1] Compêndios de Álgebra de Sebastião e Silva e Silva Paulo

Consideramos que a forma como o professor e em consequência os alunos compreendem a natureza da matemática e a sua relevância tanto histórica como actual pode ser determinada pelo manual e a forma como são integrados os temas de história da matemática no manual pode constituir-se um sério obstáculo ou numa importante alavanca para o sucesso dessa integração na educação matemática.

Gostaríamos de dar uma atenção especial às questões (exercícios e problemas), uma vez que as consideramos um aspecto que se reveste de extrema importância. Por um lado constata-se que, de uma forma geral, os manuais contêm um número exagerado de questões, mas sobretudo (salvo raras excepções) estas não mobilizam todos os conteúdos expostos (Robert, 1982), os exercícios são muito repetitivos e directivos, não acrescentando nada de novo aos anteriores e não explorando completamente os conceitos (Jorge, 1994). Pela sua constante actualidade gostaríamos de relembrar as recomendações pedagógicas de Sebastião e Silva a propósito dos exercícios:

"É preciso combater o excesso de exercícios (...) Não quer isto dizer, de modo nenhum, que não seja indispensável resolver bons exercícios, para esclarecimento de diversos assuntos e para a aquisição de técnicas úteis e necessárias. O que se impõe é não cair no excesso - a obsessão do exercício - e adoptar um critério de escolha que elimine exercícios supérfluos e exercícios estapafúrdios (...) É mais proveitoso reflectir várias vezes sobre um mesmo exercício que tenha interesse, do que resolver vários exercícios diferentes, que não tenham interesse nenhum."(1975, p. 7 e 8).

Finalmente não poderíamos deixar de fazer referência às orientações metodológicas dos novos programas no que refere ao uso da tecnologia. A utilização da calculadora faz parte integrante do programa de todos os anos de escolaridade, sendo esta reconhecida como instrumento para o desenvolvimento do cálculo, assim como meio facilitador e incentivador do espírito de pesquisa (DGEBS, 1992). Como é que os manuais reflectem estas orientações? Como um tópico isolado ou integrando-a de forma natural como um recurso educativo importante no ensino da matemática? Mais uma vez consideramos que a forma como o m.e. faz a integração da calculadora e do computador pode constituir-se um sério obstáculo ou numa importante alavanca para o sucesso dessa integração no ensino/aprendizagem da matemática.

3. Princípios norteadores na concepção de um instrumento de análise de m.e. de matemática

Os princípios norteadores da concepção de um instrumento para análise de manuais escolares encontrados na literatura consultada (Cachapuz e outros, 1987 e Gutiérrez-Vásquez, 1993) são: a concepção de aprendizagem preconizada, a perspectiva perfilhada sobre a natureza da ciência, em particular da matemática e a adequabilidade do instrumento à selecção do m.e. por parte dos professores. Com base nestes grandes princípios a categorização dos aspectos mais relevantes para análise faz-se em termos de conteúdo (científico e pedagógico), estrutura e aspectos físicos e materiais (Cachapuz e outros, 1987; Gutiérrez-Vásquez, 1993; Vilela, 1991; Santos e Valente, 1995).

O pressuposto de que o aluno é um elemento activo na construção do seu conhecimento, cujo processo de construção exige um completo envolvimento em actividades que o levem a explicitar as suas ideias, de forma a torná-las acessíveis ao confronto, à reflexão e à mudança, implica que essa mudança conceptual esteja dependente quer dos conhecimentos que o aluno já possui, quer do contexto de aprendizagem, nomeadamente através das actividades propostas no m.e..

O papel privilegiado reconhecido ao m.e., determina que, em muitas situações, a capacidade de construção/reconstrução de conhecimentos por parte do aluno esteja criticamente dependente da concepção de aprendizagem preconizada pelo autor do manual, a qual fundamentará o enfoque dado aos conteúdos científicos, a sua estruturação e a sua sequência no m.e. (Gutiérres-Vázquez, 1993, p. 51).

Reconhecendo-se ser muito significativo o papel do m.e. no processo ensino/aprendizagem da matemática como modelo de comunicação de conhecimentos e de métodos para os construir (Santos, 1995), a abordagem a adoptar na concepção de um instrumento de análise de m.e. deverá ser coerente com um modelo de ensino/aprendizagem e com as exigências actuais da reforma em educação matemática.

A perspectiva adoptada quanto à natureza da ciência constitui o 2º princípio pelo qual devemos nortear a concepção do instrumento referido (Cachapuz et Al, 1987). Se considerarmos a ciência como um processo dinâmico de interpretação de fenómenos naturais onde todo o conhecimento tem carácter provisório, então necessariamente devemos contemplar na análise do m.e. aspectos relacionados com a natureza da ciência, sustentados pelos novos programas no respeitante às referências históricas, ao uso da tecnologia e à resolução de problemas como grandes elos ciência-sociedade.

Finalmente a aplicabilidade do instrumento à análise e posterior avaliação e escolha do manual pelos professores é um princípio que não pode ser descurado. Com efeito não tendo o poder cumprido até ao momento a legislação vigente sobre o controle de qualidade dos m.e. continuam a ser os professores, nas escolas, a ter de seleccionar o manual mais adequado. Se o instrumento de avaliação de que dispõem não for simples, objectivo e manuseável os professores não o usarão, que é o que parece acontecer com o instrumento proposto na circular nº 51/93 de 22/4/93 da DGEBS. A grelha proposta é na opinião de Martins (1991) desequilibrada contendo itens formulados de forma muito geral.

A aplicabilidade do instrumento de análise deve, na opinião de Cachapuz e outros (1987), contemplar aspectos como o problema da linguagem em ciência e a dificuldade de articulação entre correcção científica e nível de abordagem de conceitos.

4. Categorias e parâmetros de análise

Como já referimos há unanimidade, entre os investigadores, na categorização da análise de m.e. em: conteúdo (científico e didáctico), estrutura e aspectos físicos e materiais. Faremos de seguida uma caracterização sumária das duas primeiras categorias, identificando em cada uma delas diversos parâmetros de análise (Anexo).

4.1. Análise de conteúdo

A necessidade de separar os aspectos relacionados com a informação científica e a integração dessa informação no contexto educativo conduz à identificação de duas dimensões de análise na análise do conteúdo do m.e.: a científica e a pedagógico-didáctica (Cachapuz, 1987; Pastor y outros, 1992; Gutiérrez-Vázquez, 1993; Jorge, 1994). Deste modo entende-se por análise do conteúdo do m.e. a análise da informação científica e pedagógico-didáctica.

Relativamente à dimensão científica consideramos a necessidade de

analisar dois aspectos: a correcção científica dos conteúdos apresentados no manual e a utilização e consequente esclarecimento sobre os chamados abusos de linguagem. Parece-nos ser inquestionável a consideração desses parâmetros, a não verificação do 1° deverá conduzir, obviamente à exclusão do m.e. (como aliás está previsto na legislação[2], se bem que esta não seja cumprida). Relativamente à utilização de abusos de linguagem defende-se que o manual a esclareça por forma que o aluno consiga acompanhar ao longo da sua escolaridade o significado anterior dos conceitos e o actual e as modificações aí implicadas.

Contudo a par da desejada correcção científica surge a necessidade de analisar a correcção do ponto de vista pedagógico-didáctico. Na qual se podem identificar dois parâmetros fundamentais: a relação conteúdo científico-programa e a relação ilustração-texto.

O primeiro deve visar a análise da concordância entre os conteúdos científicos do programa da disciplina e os que são veiculados pelo manual. Em relação ao 2° parâmetro o seu objectivo deve ser a análise das características das ilustrações/representações gráficas incluídas no manual. É inegável que as aproximações visuais constituem um potencial tremendo para a aprendizagem da matemática. Na opinião de Gutiérrez-Vásquez a inserção de ilustração no m.e. pode constituir "o veículo mais adequado para apresentar um problema, para exercitar a capacidade de observação do aluno, para desenvolver a sua habilidade para discriminar e analisar no contexto de uma representação gráfica, para representar um procedimento ou uma técnica complementando o texto ou para representar um conceito,..." (Gutiérrez, 1993, p. 53). Ou seja, por vezes, "uma imagem vale por mil palavras". No entanto, nem sempre a ilustração está incluída próximo do local onde é referida (quando o é), nem sempre os aspectos que se pretendem destacar através dela são inequivocamente ressaltados no texto e finalmente muitas vezes a sua utilização não criteriosa dá origem a erros que não sendo científicos são seguramente incorrecções do ponto de vista pedagógico-didáctico. De que é exemplo um estudo conduzido por Carvalho e Silva (1988) segundo o qual: nos m.e. analisados, não existem gráficos que

[2]Dec. Lei n° 369/90 de 14 de Novembro
Circular n° 51/93 de 22 de Abril da DGEBS

representem simultaneamente a função exponencial e outra já conhecida do aluno, as escalas usadas na construção dos gráficos da função exponencial são totalmente diferentes das usadas nos restantes gráficos, apesar das dimensões das figuras serem idênticas (as unidades utilizadas nos gráficos que envolvem a função exponencial são, em média, sensivelmente maiores do que as utilizadas nos restantes gráficos). Estes dois aspectos, não constituindo incorrecções do ponto de vista científico, podem ter implicações importantes na compreensão das propriedades da função exponencial, nomeadamente no reconhecimento do seu crescimento extremamente rápido (Carvalho e Silva, 1988b).

Deste modo defende-se que na análise da relação ilustração-texto sejam contemplados os seguintes aspectos: clarificação da informação veiculada pelo manual, referência inequívoca à imagem no texto, disposição da imagem no texto, selecção criteriosa da imagem em função de atributos críticos do conceito.

4.2. Análise da estrutura

Entende-se por análise da estrutura do m.e. a análise dos aspectos metodológicos de transmissão de conteúdo. O desenvolvimento dos conteúdos científicos do programa deve obedecer a uma estruturação que corresponda tanto quanto possível à concepção de aprendizagem preconizada e aos princípios básicos do programa (nomeadamente finalidades e objectivos, linha metodológica geral e critérios de avaliação).

Identificamos nesta categoria a necessidade de recolher informações relativamente:

- à apresentação da proposta metodológica e indicação de objectivos a atingir pelo aluno;
- ao contexto utilizado para a apresentação do conteúdo (histórico, tecnológico, ...);
- aos aspectos terminológicos e sintácticos utilizados;
- aos aspectos relativos à existência de questões, de resumos de textos complementares e bibliografia.

A característica principal de uma abordagem metodológica baseada nos novos programas e nas sugestões da investigação em Educação Matemática aponta para a importância das actividades propostas. Pelo que se considera que, sempre que adequado, o m.e. deve aproveitar situações da vida corrente como ponto de partida para a exploração e/ou discussão de problemas a realizar na sala de aula. A abordagem dos conceitos deve ser feita de modo a que primeiro seja discutida a ideia e só depois ser introduzido o nome. Se possível, o m.e. deve apresentar abordagens alternativas para o mesmo conceito e finalmente as estratégias utilizadas devem promover o desenvolvimento de capacidades científicas tais como a observação, formulação de hipóteses e análise crítica de resultados. Considera-se também que deve ser explicitado após o tratamento de cada tema os objectivos específicos a atingir pelo aluno em termos de conteúdo, atitudes e capacidades científicas.

Relativamente ao uso da história da matemática no ensino da matemática a experiência e a investigação neste campo ainda é diminuta. A introdução de uma perspectiva histórica no ensino deve ser preconizada como um auxiliar desse mesmo ensino (Estrada, 1993) e ainda como permitindo desenvolver a compreensão do aluno relativamente a aspectos como o que é, qual é a natureza da matemática, qual a sua relevância, tanto histórica como actual (Vieira, Veloso, Matos, 1993). Independentemente da inclusão ou não no manual de biografias de matemáticos, da origem e significado de termos matemáticos, de pequenas curiosidades/anedotas defendemos que, sempre que relevante, o conteúdo científico deve ser apresentado tendo em conta a sua evolução histórica.

Constitui finalidade comum a todos os níveis de escolaridade o desenvolvimento da capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real. Pelo que se defende que na análise da estrutura do m.e. deve ser contemplada a presença, sempre que adequado, de exemplos de situações da vida corrente onde o conteúdo tenha aplicação.

Na análise da estrutura do manual é também unânime entre os investigadores a necessidade da inclusão de parâmetros incidindo sobre aspectos terminológicos e sintácticos do manual. Nos primeiros prevê-se a análise do tratamento dado aos termos utilizados e à linguagem simbólica, nomeadamente se o uso dos termos não levanta ambiguidades e se a linguagem simbólica nova é claramente explicitada. Os aspectos sintácticos destinar-se-ão a analisar comparativamente o discurso literário do m.e. com o nível etário a que se destina.

Relativamente ao parâmetro designado genericamente por questões consideramos que o m.e. deve incluir questões de natureza variada, seleccionadas criteriosamente (em termos de qualidade e não de quantidade) devendo análise incidir sobre a existência de:

- questões que promovam a aprendizagem de símbolos e convenções;
- questões visando gerar conflito conceptual tendo em conta presumíveis ideias prévias dos alunos, sugeridas pela investigação;
- problemas numéricos para ilustração de conceitos;
- realização de mini-projectos de ordem documental;
- realização de mini-projectos de ordem experimental (com eventual recurso à tecnologia);
- questões para auto-avaliação.

Finalmente defende-se a inclusão no instrumento de itens visando a análise de aspectos relacionados com a inclusão no manual de textos complementares, de resumos e de referências bibliográficas. Pelo papel diferenciado que o manual assume para alunos e professores deve distinguir-se claramente as referências bibliográficas para alunos e professores.

Conclusão

A grelha que acabamos de apresentar é um instrumento manifestamente incompleto, no qual foram certamente descurados aspectos importantes na análise de m.e. de matemática. De qualquer modo um aspecto ressaltada desde logo: a concepção de um instrumento de análise de m.e. fundamentada nas grandes linhas orientadoras da investigação nesta temática determina que o documento daí resultante seja, até certo ponto, pormenorizado e longo. Este facto aliado ao elevado número de manuais que as editoras lançam regularmente no mercado vem dificultar as tarefas de selecção e escolha do m.e. pelos professores. É indubitavelmente pela a Associação de Professores de Matemática (APM) e pela Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) que passa a resolução do problema. A qual envolverá, pelo menos, as seguintes etapas:

1. especificação dos requisitos mínimos, por ano de escolaridade,

   desejáveis num manual de matemática;
2. criação de grupos de trabalho que procedam à eliminação dos manuais que não respeitem os critérios fixados no ponto anterior;
3. criação e/ou divulgação de instrumentos específicos de avaliação do manual escolar de matemática, a serem utilizados pelo professor/orgãos de gestão pedagógica.

Referências Bibliográficas

Associação de Professores de Matemática (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa, APM.

Cachapuz et outros (1987). Proposta de um Instrumento para análise de manuais escolares de Física e Química. INEA/FQ. Universidade de Aveiro.

Carvalho e Silva, J. (1984). As perigosas convenções do infinito. Comunicação apresentada ao VII Encontro Regional da Sociedade Portuguesa de Matemática, *Actas do VII Encontro Regional da SPM*, 3º Volume.

Carvalho e Silva, J. (1988a). Os computadores e o ensino da análise elementar, O crescimento exponencial (1ª parte), *Nonius*, nº 14.

Carvalho e Silva, J. (1988b). Os computadores e o ensino da análise elementar, O crescimento exponencial (2ª parte), *Nonius*, nº 15.

Carvalho e Silva, J. (1993). A reforma curricular e a História da Matemática. *Educação e Matemática*, nº 27, 3º Trimestre.

DGEBS (1992). *Programa de Matemática. Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem.* Ensino Básico, 2º ciclo. Volumes I e II. Ministério da Educação. Lisboa.

DGEBS (1992). *Programa de Matemática. Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem.* Ensino Básico, 3º ciclo. Volumes I e II. Ministério da Educação. Lisboa.

DGEBS (1992). *Matemática Métodos Quantitativos. Organização Curricular e Programas*. Ensino Secundário. Ministério da Educação. Lisboa.

Duarte, M. C. (1993). *Mudança Conceptual e Ensino das Ciências da Natureza. Uma Proposta de Intervenção Pedagógica no 2º Ciclo do Ensino Básico.* Tese de Doutoramento, Universidade do Minho, Instituto de Educação.

Estrada, M. F. (1993). A História da Matemática no Ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, nº 27, 3º Trimestre. APM.

Guimarães, H., Esteves, P. (1990). Que papel para manuais de Matemática? Uma sondagem junto dos autores. *Educação e Matemática*, nº 13, 1º Trimestre. APM.

Gutiérrez - Vásquez, J.M. (1993). O LIVRO TEXTO: Alguns critérios para a sua elaboração e avaliação. *Aprender*, nº 15, Julho, pp. 51-55.

Jorge, F. R. (1994). *O Computador e a Educação Matemática: Abordagens do tópico sucessões.* Tese de Mestrado. Universidade do Minho.

NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics)*. APM e IIE.

Robert, A. (1982). *L'Acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'Enseignement Supérieur. Divers articles de Matématiques.* Tese de Doutoramento. Universite de Paris.

Santos, M. E., Valente, M. O. (1995). A inclusão de materiais CTS nos manuais de Ciências. O que temos? O que queremos? *Actas do V Encontro Nacional de Docentes - Educação em Ciências da Natureza,* pp. 243-248.

Sebastião e Silva, J. (1975). *Guia para a utilização do compêndio de Matemática,* 2º/3º Vol.. Lisboa. GEP.

Vieira, A., Veloso, E., Matos, J. M., (1993). História em educação matemática: Moda ou realidade?. *Educação e Matemática*, n.º 27, 3º Trimestre. APM.

Vieira, D., Martins, A. (1989). Contra a Insustentável Leveza do Rigor Científico na Escolha de Manuais Escolares. *Boletim, n.º 12, Março.* SPM.

Vieira, D. (1990). Manuais Escolares no Ensino Primário. *Educação e Matemática,* n.º 13, 1º Trimestre. APM:

Vilela, M. E. (1991). Análise de Manuais Escolares. *Ler Educação,* n.º 6, Setembro, Dezembro.

Anexo

Grelha de Análise de Manuais Escolares de Matemática[3]

ITEM	CATEGORIAS/PARÂMETROS	A	B	C	D	E	F
	I - CONTEÚDO						
	I_{p1} - Correcção						
1	A informação é correcta do ponto de vista científico.						
2	O manual escolar esclarece sobre a utilização de abusos de linguagem.						
	I_{p2} - Relação Conteúdo - Programa						
3	O tratamento de conceitos não incluídos no programa, ao longo do texto e em textos complementares, é relevante para a compreensão.						
4	A extensão e a profundidade da informação posta no tratamento dos conceitos é equilibrada tendo em conta o programa no seu todo.						
	I_{p3} - Relação Ilustração - Texto						
5	A ilustração está incluída próxima do local onde é referida e é claramente referenciada.						
6	Os aspectos referenciados no texto que pretendem ser destacados através da ilustração são inequivocamente ressaltados nesta.						

[3] Adaptada de Cachapuz et al. por Jorge (1994)

ITEM	II - ESTRUTURA	A	B	C	D	E	F
	II_{p1} - Apresentação da Proposta Metodológica						
ITEM	CATEGORIAS/PARÂMETROS	A	B	C	D	E	F
7	A abordagem é feita de modo a que primeiro é discutida a ideia e só depois é introduzido o nome.						
8	O manual escolar aproveita situações da vida corrente como ponto de partida para exploração e/ou discussão de problemas a realizar na sala de aula.						
9	Para o mesmo conceito o manual escolar apresenta abordagens alternativas.						
10	A apresentação de conceitos está articulada com conceitos pré-requisitos.						
11	As estratégias utilizadas promovem o desenvolvimento de capacidades científicas tais como observação, formulação de hipóteses, análise crítica de resultados.						
	II_{p2} - Objectivos a Atingir pelo Aluno						
12	O manual escolar explicita objectivos específicos em termos de conteúdo e em termos de atitudes e capacidades científicas, a desenvolver através do conteúdo, que o aluno deverá atingir após o tratamento de cada tema.						

ITEM	CATEGORIAS/PARÂMETROS	A	B	C	D	E	F
	II_{p3} - Contexto Histórico						
13	O conteúdo científico é apresentado, sempre que relevante, tendo em conta a sua evolução histórica.						
14	O manual escolar apresenta exemplos de situações da vida corrente onde o conteúdo tenha aplicação.						
	II_{p4} - Aspectos Terminológicos						
15	O uso dos termos utilizados não levanta ambiguidade.						
16	O manual escolar explicita claramente a leitura de linguagem simbólica usada pela primeira vez.						
	II_{p5} - Aspectos Sintácticos						
17	O discurso literário é suposto ser adequado ao nível etário dos alunos a que o manual escolar se destina, por exemplo, simples sem ser infantilizante.						
	IIp_6 - Resumos						
18	O manual escolar apresenta resumos, sintetizando as ideias principais (sem apresentar definições).						

ITEM	CATEGORIAS/PARÂMETROS	A	B	C	D	E	F
	II_{p7} - Questões						
19	O manual escolar apresenta questões que promovem a aprendizagem de símbolos e convenções.						
20	O manual escolar apresenta questões que visam gerar conflitc conceptual tendo em conta presumíveis ideias intuitivas dos alunos.						
21	O manual escolar apresenta problemas numéricos resolvidos para ilustração de conceitos.						
22	O manual escolar propõe a realização de mini--projectos, de ordem documental e/ou experimental.						
23	O manual escolar apresenta questões para auto--avaliação.						
	II_{p8} - Textos Complementares e Bibliografia						
24	Há leituras complementares devidamente assinaladas no texto.						
25	O manual escolar apresenta referências bibliográficas destinadas aos professores.						
26	O manual escolar apresenta referências bibliográficas destinadas aos alunos.						

Legenda: A - Nunca
B - Quase nunca
C - Algumas vezes
D - Bastantes vezes
E - Quase sempre
F - Sempre

Tarefas de Investigação em Matemática: Histórias da sala de aula[1]

Hélia Margarida Oliveira
Universidade de Lisboa

Maria Irene Segurado
Escola B. 2,3 Dr. Rui Grácio

João Pedro da Ponte
Universidade de Lisboa

Introdução

A Matemática tanto pode ser encarada como um corpo de conhecimento como ser vista como uma actividade humana. Mas, hoje em dia, mais do que executar algoritmos ou procedimentos repetitivos, é necessária flexibilidade intelectual, capacidade de lidar com diferentes tipos de representações, capacidade de formular problemas, de modelar situações diversificadas e de avaliar criticamente os resultados obtidos usando diferentes metodologias (MSEB, 1989).

A aprendizagem da Matemática deve, assim, contemplar oportunidades de os alunos se envolverem em momentos genuínos de actividade matemática. Ao invés de a apresentar aos alunos como uma ciência dedutiva e sistemática, é importante valorizar o seu processo de construção, fazendo-a surgir "como uma ciência experimental e dedutiva" (Pólya, 1945, p. vii). Num movimento que tem igualmente o seu paralelo no ensino experimental das ciências, passa-se a dar atenção aos processos de criação do saber e não simplesmente ao produto final.

---

[1] O trabalho descrito nesta comunicação foi realizado no quadro do projecto "Prática e reflexão sobre a prática: Análise narrativa de situações de ensino-aprendizagem", realizado no ano lectivo de 1995/96, com o apoio do Instituto de Inovação Educacional (Projecto 10/95), baseando-se no respectivo relatório final. A equipa do projecto é constituída por João Pedro da Ponte, Hélia Margarida Oliveira, Maria Helena Cunha e Maria Irene Segurado.

A Matemática pode ser encarada também como uma construção social, impregnada de valores e, em última análise, falível, como qualquer outro produto do pensamento humano. Os processos sociais que ditam a aceitação de certos conceitos e a rejeição de outros têm uma expressão paralela na negociação do significado matemático que decorre na sala de aula (Bishop e Goffree, 1986). Sublinha-se a importância de aproximar a actividade do aluno da actividade do matemático, contribuindo para que as salas de aula se constituam como comunidades matemáticas (Schoenfeld, 1992), valorizando-se fortemente a interacção entre os alunos.

Torna-se, assim, necessário introduzir novas tarefas muito diferentes dos exercícios rotineiros de aplicação da matéria dada que caracterizam a aula tradicional. Contudo, as tarefas só por si não determinam a aprendizagem. É de realçar a grande importância da acção do professor nas questões que coloca, nas interacções que promove, em especial encorajando os alunos a discutir e a explicar a Matemática que desenvolvem. As discussões assumem um papel importante, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de comunicar matematicamente. O professor tem como papel fundamental iniciar e dirigir o discurso, envolver cada um dos alunos, manter o interesse pelo assunto, colocar questões esclarecedoras ou estimulantes e não aceitar apenas a contribuição dos alunos que têm habitualmente respostas correctas ou ideias válidas. Estes aspectos requerem da sua parte uma competência profissional significativa. É, pois, importante que ele reflicta sobre o novo papel que é chamado a desempenhar e sobre as respectivas dificuldades.

Estas ideias têm ainda reduzida expressão nas práticas pedagógicas, em grande medida por dificuldades ao nível do saber-fazer dos professores. Uma coisa é reconhecer a importância de um conjunto de princípios sobre o ensino da Matemática. Outra coisa, bem diferente, é levá-los à prática em condições muitas vezes adversas: em aulas superlotadas, sem se dispor dos materiais necessários, perante alunos muitas vezes fortemente desmotivados em relação à disciplina e pouco receptivos a experiências inovadoras. O professor debate-se com difíceis questões. Como apresentar aos alunos uma tarefa de investigação se eles não têm um mínimo de pré-requisitos matemáticos? O que fazer quando eles não compreendem um enunciado de um problema nem se mostram dispostos a fazer qualquer esforço? Como conduzir uma discussão quando todos os alunos querem falar ao mesmo tempo e mostram pouco interesse em ouvir os seus colegas? Que rotinas são necessárias para conduzir uma aula em que os alunos realizam trabalho de investigação? Qual a articulação entre o trabalho investigativo e outras actividades de aprendizagem como a resolução de exercícios?

É necessário então equacionar os saberes profissionais relevantes para este tipo de prática pedagógica e conhecer os problemas e dilemas profissionais com que se confronta o professor ao procurar envolver os seus alunos em investigações matemáticas. É este o objectivo do nosso trabalho, que se reveste de um carácter de investigação-acção, e que envolveu professores e alunos dos 2º e 3º ciclos do ensino básico, em escolas das zonas de Viseu e Lisboa.

Investigações matemáticas

Investigações são tarefas de cunho muito aberto, referentes a contextos variados, embora com predominância para os exclusivamente matemáticos e cuja resolução dá ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, reflectir e generalizar. Podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos.

Estaremos perante uma investigação quando, para o aluno, não são imediatamente acessíveis, nem o processo de resolução nem a solução ou soluções da questão, que se apresenta como motivante e desafiadora. As investigações matemáticas fornecem um contexto adequado para promover no aluno a compreensão da necessidade de justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante os seus colegas e o professor.

O professor tem um papel fundamental na planificação e condução de actividades de investigação na sala de aula. A selecção ou criação das propostas e o estabelecimento de objectivos para a sua realização relacionam-se com a especificidade da turma e com o contexto em que surgem na aula. Nem os objectivos nem as tarefas podem ser completamente definidos, de antemão, pelos autores de programas. O professor afigura-se-nos, deste modo, como "fazedor de currículo": delineando objectivos, metodologias e estratégias, reformulando-os em função da sua reflexão sobre a prática e actuando com grande autonomia.

Quer a criação quer a reformulação das tarefas de investigação consomem tempo e exigem do próprio professor uma atitude investigativa. A sua natural insegurança num tipo de trabalho que ainda não domina, aliada ao investimento que exige, especialmente quando faltam os recursos apropriados na escola, podem constituir obstáculos senão intransponíveis, pelo menos limitantes ao desenvolvimento deste tipo de actividade.

Após a selecção da tarefa a propor na aula, é necessário fazer algum planeamento. As questões ligadas à organização e gestão da aula são tanto mais relevantes quanto menor é a experiência do professor nesta área. Decisões sobre se os alunos irão trabalhar individualmente ou em grupo, como se irão constituir os grupos, e se haverá momentos de trabalho em grande grupo, dependem não só da natureza da tarefa apresentada mas, principalmente, dos objectivos estabelecidos pelo professor. O modo de trabalho escolhido será um dos factores a ter em conta para se prever o tempo de duração da actividade. Será possível realizar uma investigação numa única aula? Por quanto tempo conseguirão os alunos manter-se interessados numa tarefa?

A estrutura de uma aula de investigação consiste, geralmente, nas seguintes fases (Christiansen e Walther, 1986):

- introdução da tarefa pelo professor (quer seja apenas um ponto de partida ou uma questão bem definida) e arranque da sua realização pelos alunos (interpretação da situação e definição do caminho a seguir),
- realização da tarefa (durante a qual o professor interage com os alunos individualmente ou em pequeno grupo), e
- apresentação de resultados pelos alunos e sua discussão (comparação das interpretações da tarefa, estratégias seguidas e resultados obtidos; é frequente surgirem novas questões para futura investigação).

A forma como a tarefa é apresentada constitui um elemento extremamente relevante da actuação do professor. A situação que é colocada ao aluno, quer tenha sido criada ou recriada pelo professor, é já um refazer, sob a forma de questão, do processo investigativo em que o seu autor se envolveu. Não é razoável supor que as questões propostas ao aluno o levarão, necessariamente, a percorrer os mesmos caminhos de quem as gerou. O professor não pode antecipar, fidedignamente, todas as suas reacções. Além do mais, uma questão, só por si, pode não gerar investigação. Como diz Mason (1991), "uma questão é apenas um grupo de palavras com um ponto de interrogação" (p. 16).

Tendo os alunos iniciado a resolução da tarefa, o apoio a conceder, no sentido de os ajudar a ultrapassar certos bloqueios ou a tornar mais rica a sua investigação, é um dos aspectos mais complexos da intervenção do professor. Numa investigação assume extrema importância a reflexão do aluno sobre o seu trabalho e esta pode ser estimulada directa ou indirectamente pelo professor.

A realização de uma discussão final sobre a actividade dos alunos tem sido referida com alguma insistência por diversos autores como fundamental. Já no relatório Cockcroft (1982) se encontra a indicação explícita de que sem essa discussão o sentido da investigação se poderia perder. É, usualmente, nesta fase que serão postas em confronto as estratégias, as hipóteses e as justificações que os diferentes alunos ou grupos de alunos construíram, e que o professor assume as funções de moderador. Ele procura trazer à atenção da turma os aspectos mais destacados do trabalho realizado e estimula os alunos a questionarem as asserções dos seus pares. Assim, o desenvolvimento da capacidade dos alunos para comunicar matematicamente e do poder de argumentação são dois dos objectivos mais importantes desta fase da actividade de investigação.

Metodologia

Este estudo, desenvolvido numa lógica de investigação-acção, tem por base a elaboração e análise de narrativas referentes a situações de ensino-aprendizagem em que os alunos trabalharam em tarefas de investigação matemática. Pretende-se que estas narrativas testemunhem aspectos dos dilemas e incertezas dos professores e evidenciem elementos relevantes do seu conhecimento profissional neste tipo de actividades educativas.

A análise narrativa. O método narrativo, como método de investigação educacional, tem vindo a ganhar uma proeminência cada vez maior, configurando-se como uma importante abordagem no quadro da investigação qualitativa de tipo interpretativo. Passamos em revista, resumidamente, as principais ideias que nos levam a considerar a análise de histórias da sala de aula neste trabalho.

Uma história é uma forma de contar uma sequência de acontecimentos, que tem três elementos básicos: (a) uma situação envolvendo algum conflito, ou dificuldade, (b) um ou mais personagens que se envolvem na situação com um dado propósito, e (c) uma sequência temporal na qual o conflito é de algum modo resolvido. Por outras palavras, uma história contém referência a personagens, locais e acontecimentos enquadrados numa sequência temporal que sugere implicitamente tanto causalidade como significado. Todo o ser humano é um contador de histórias: vê o presente nascer do passado e dirigir--se ao futuro; percebe a realidade de um modo narrativo (Carter, 1993; Clandinin e Connelly, 1991).

Neste domínio, como em muitos outros, o sentido da terminologia varia de autor para autor. Diremos, com Connelly e Clandinin (1990), que uma história é um fenómeno natural do nosso pensamento, que ocorre constantemente, e que uma narrativa é o uso da história como método de investigação. Trata-se portanto de uma história produzida deliberadamente, com um propósito muito particular. Por outro lado, um *continuum* na experiência de uma pessoa é uma unidade narrativa se torna a sua experiência de vida significativa através da unidade que lhe proporciona (Carter, 1993; Connely e Clandinin, 1986).

As histórias e narrativas constituem parte integrante da nossa experiência quotidiana. Organizamos as nossas experiências de interacção social através de histórias. De acordo com Bruner (1991), registamos a nossa experiência e a nossa memória de acontecimentos humanos na forma de histórias. Vivemos através de histórias, ou seja, pensamos, percebemos, imaginamos e fazemos escolhas morais de acordo com estruturas narrativas. A criação de histórias permite-nos impor ordem e coerência no fio da nossa experiência e construir a partir daí um sentido para os incidentes e acontecimentos do mundo real (Carter, 1993).

As histórias e as narrativas constituem um modo de conhecimento particularmente ligado à acção. As histórias são "modos de conhecimento emergindo da acção... explicações das intenções humanas no contexto da acção" (Carter, 1993, p. 6). Por isso, as histórias, com a sua multiplicidade de sentidos, são uma forma particularmente adequada para expressar o conhecimento associado à complexidade da acção. Uma vez que o ensino é uma acção intencional numa situação, muito do conhecimento que os professores têm do ensino vem da sua prática, isto é, de agirem como professores nas salas de aula. Assim, para compreender o pensamento de um professor, podemos começar por procurar as histórias que estruturam o modo de pensar sobre os acontecimentos da sala de aula desse mesmo professor (as suas teorias práticas). No entanto, devemos ter presente que, nas suas narrativas, os professores não se limitam a recordar e a relatar as suas experiências, mas repetem e recriam as suas próprias histórias, reconstruindo significados, redefinindo o seu eu pessoal e profissional (Cortazzi, 1993).

Uma ideia chave neste projecto é a de que a produção de narrativas é uma forma de promover a colaboração entre investigadores e professores. A relação que se estabelece entre investigador e professor fomenta a reflexão sobre as práticas deste último, permitindo uma compreensão mais profunda das eventuais mudanças operadas nessa prática, bem como do papel dessas mudanças. Assim, será de realçar o contributo dado pelas narrativas no sentido do crescimento profissional, social e pessoal dos professores.

A investigação narrativa procura compreender e reconstruir em colaboração com os professores as unidades narrativas dentro das suas histórias. Esta investigação tende a começar sem um problema pré-especificado, mas com um interesse num fenómeno que possa ser entendido narrativamente (Connely e Clandinin, 1986). A escrita das narrativas é o primeiro passo da interpretação. A observação e a reflexão conjunta sobre situações vividas desempenham um papel fundamental. O processo de investigação narrativo tem um primeiro movimento da experiência para as notas de campo, transcrições, documentos e reflexões do investigador e do professor, avançando depois para uma reconstrução mútua da narrativa (Connely e Clandinin, 1986, 1990).

Para Labov (citado em Riessman, 1993), uma narrativa pode ser decomposta em 6 elementos fundamentais:

— resumo (sumário da substância da narrativa);
— orientação (tempo, lugar, situação, participantes);

— complicação da acção (sequência de acontecimentos);

— avaliação (o significado da acção, a atitude do narrador);
— resolução (o que finalmente aconteceu);
— *coda* (faz regressar à perspectiva do presente).

Uma vez na sua forma final, a narrativa continua aberta a várias leituras e a várias construções. As narrativas transportam uma carga cultural e histórica muito acentuada. As verdades que construímos são significativas para comunidades interpretativas específicas em circunstâncias históricas bem definidas. Cada nível do modelo envolve uma redução, mas também uma expansão: os contadores seleccionam para narrar os aspectos da sua experiência total mas juntam outros elementos interpretativos.

A análise implica seleccionar, salientar, relacionar e comparar. Como em todo o processo investigativo, é o passo-chave da actividade criativa de investigação. Pretende-se que essa análise não deturpe a voz e o sentido das práticas profissionais, mas os enriqueça e clarifique tirando partido da multiplicidade de experiências e perspectivas dos elementos da equipa.

O trabalho da equipa. As narrativas produzidas referiram-se a situações de ensino-aprendizagem em que foram realizadas e discutidas actividades de investigação pelos alunos. Para tal foram contactados alguns professores dos 2º e 3º ciclos que se disponibilizaram a colaborar. Essas aulas, bem como o subsequente processo de avaliação das aprendizagens, foram objecto de observação e registo vídeo por parte dos membros da equipa do projecto, dando lugar à realização de discussões e consequente produção de narrativas. Estas foram produzidas tanto pelos professores que regeram essas aulas como pelos professores que as observaram.

Uma das dificuldades enfrentadas foi a de encontrar o tipo certo de narrativa adequado a este estudo. Em ensaios preliminares foram produzidos textos mas que não se revelaram adequados aos objectivos deste trabalho uma vez que tendiam a aproximar-se de relatórios sobre as aulas, demasiado pormenorizados, descrevendo tudo o que de importante aconteceu e com algum substracto crítico. Uma narrativa, para manter a sua fluência natural, não pode ter a preocupação de "contar tudo", nem sequer de "contar muita coisa". Pelo contrário, tem de se centrar no desenvolvimento das sucessivas complicações e resoluções da acção. E tem de procurar colocar-se no ponto de vista do actor principal — o professor — e não deixar-se abafar pelas ideias preconcebidas do investigador.

Outro problema que se nos colocou foi o da relação entre a produção da narrativa e a sua análise. Depois de algumas tentativas, concluímos que produzir em simultâneo a narrativa e a análise não era um processo natural. Uma vez que as narrativas não têm sido muito usadas para identificação de dilemas e incertezas dos professores ou para evidenciar aspectos do seu conhecimento profissional, nomeadamente no que se refere à sua acção na sala de aula, não recorremos a modelos pré-existentes. Assim, decidimos usar uma grelha de análise (ver o quadro 1) baseada num conjunto de categorias referentes ao conhecimento didáctico do professor de Matemática tendo por base questões emergentes da literatura e a experiência anterior dos elementos da equipa sobre a realização de actividades de investigação (Ponte, 1995).

A estratégia de análise consistiu em procurar identificar em cada situação os aspectos que remetem, de um modo directo ou problemático, para elementos do conhecimento didáctico referidos no quadro seguinte. Estes aspectos foram colocados numa coluna na margem direita de cada uma das narrativas, seguindo o modelo adoptado nas *Normas Profissionais* do NCTM (1994). Um segundo momento da análise tomou em consideração os aspectos identificados nas diversas narrativas e salientados pelo processo indicado, propondo uma articulação e perspectiva geral.

Matemática	Conceitos Terminologia Relações entre conceitos Processos matemáticos Forma de validação de resultados Competências básicas e processos de raciocínio
Processos de aprendizagem	Relação entre acção e reflexão Papel das interacções Papel das concepções dos alunos Papel dos conhecimentos prévios Estratégias de raciocínio Perspectivas em relação às capacidades dos alunos
Currículo	Finalidades e objectivos Ligação entre conteúdos Ligação com outros assuntos Representações dos conceitos Materiais
Instrução	Ambiente de trabalho e cultura da sala de aula Tarefas - concepção, selecção, sequenciação Tarefas - apresentação, apoio na execução, reflexão Actividade Comunicação e negociação de significados Modos de trabalho na sala de aula

Quadro 1 - Categorias do conhecimento didáctico do professor

Uma narrativa

De um conjunto de nove narrativas produzidas seleccionamos uma, intitulada "Uma investigação em grande grupo", para ilustrar o processo de análise desenvolvido. A professora, que é simultaneamente a autora da narrativa, descreve uma das suas aulas em que realizou uma tarefa de investigação e na qual, devido a circunstâncias particulares, se confronta com um dilema: trabalhar com os alunos em pequenos grupos ou em grande grupo? A complicação aqui existente prende-se com o facto de ela considerar que o trabalho em pequeno grupo era o mais adequado a este tipo de actividade, convicção que lhe vinha da sua experiência anterior.

Uma investigação em grande grupo

A tarefa que me propunha apresentar, a uma das minhas turmas do 5º ano, era de carácter investigativo e estava relacionada com os múltiplos de um número, conteúdo que me encontrava a leccionar. Os alunos iriam trabalhar em pequenos grupos, como lhes era habitual neste tipo de actividade.

> A tarefa proposta relaciona-se com o conteúdo que está a ser leccionado.

A tarefa era a seguinte:

- Escreve em coluna os 20 primeiros múltiplos de 5.
- Repara nos algarismos das unidades e das dezenas. Encontras algumas regularidades?
- Investiga agora o que acontece com os múltiplos de 4 e 6.
- Investiga para outros números.

Ao entrar na sala de aula reparei que os alunos se encontravam um pouco agitados, devido talvez ao belo dia que se fazia sentir e à proximidade das férias. A arrumação do material que se encontrava sobre as mesas e a mudança de lugar dos alunos, o que nesta turma se torna necessário para a realização do trabalho em grupo, poderia levar a uma agitação ainda maior. De modo a não agravar este problema decidi mantê-los nos seus lugares.

> Para conseguir mais rapidamente envolver os alunos no trabalho, a professora opta por mantê-los nos seus lugares habituais.

Procurei agarrar de imediato os alunos. Coloquei-me junto do quadro e pedi que me indicassem os múltiplos de 5. Em simultâneo fui-os registando.

0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
95

A professora procura que os alunos se concentrem na tarefa, interagindo consigo.

Questionei-os de seguida quanto ao que se passava de interessante e curioso com os algarismos das unidades e das dezenas.

A professora incentiva os alunos à descoberta de regularidades.

A Tatiana levantando o braço respondeu prontamente: *o algarismo das unidades é sempre 0 ou 5*, o que foi aceite pelos colegas, ecoando pela sala: *é sempre 0, 5, 0, 5...*

Mais? — estimulei-os.

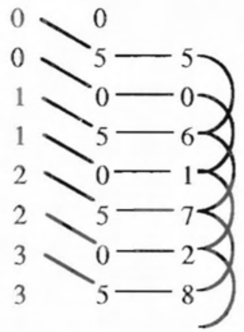
O algarismo das dezenas repete-se: 0-0, 1-1, 2-2, 3-3..., afirmou o Octávio com um ar feliz.

Encontrava-me a assinalar no quadro, com giz de cor, estas duas afirmações de modo a que todos verificassem a sua veracidade quando o Carlos, com uma certa agitação, me interrompeu, *descobri mais uma coisa... posso ir ao quadro explicar?* Pedi-lhe que esperasse um pouco de modo a terminar o meu registo. Acedeu, não deixando de comunicar aos seus colegas mais próximos a sua descoberta.

Um dos alunos interrompe a professora para dar a conhecer a sua descoberta.

Já no quadro, unindo os números com o giz, o Carlos explicou: *O 0 com o 5 dá 5, o 0 com o 0 dá 0, o 1 com o 5 dá 6, o 1 com o 0 dá 1, o 2 com o 5 dá 7, o 2 com o 0 dá 2, o 3 com o 5 dá 8, estão a perceber? Há uma sequência. Dá 5, salta um, dá 6, salta um, dá 7... ou dá 0, salta um, dá 1, salta um, dá 2...*

A professora permite que o aluno vá ao quadro explicar o seu raciocínio aos colegas.



Satisfeita, pois já tinham sido ultrapassadas as minhas expectativas, pedi que investigássemos o que se passava com os múltiplos de 4, que coloquei numa coluna ao lado dos múltiplos de 5.

A professora encoraja os alunos a alargarem a investigação a um novo caso.

0	0
5	4
10	8
15	12
20	16
25	20
30	24
35	28
40	32
45	36
50	40
55	44
60	48
65	52
70	56
75	60
80	64
85	68
90	72
95	76

Rapidamente, a quase totalidade dos alunos respondeu em coro: *terminam sempre em 0, 4, 8, 2, e 6*. Descobriram ainda que: *termina sempre em número par, o algarismo das dezenas repete-se 2 vezes, 3 vezes, alternadamente, o algarismo das dezenas que se repete três vezes é sempre par e o que se repete duas vezes é sempre impar.*

Os alunos dão a conhecer as suas descobertas.

Os alunos que a princípio se encontravam mais passivos, foram-se animando com as descobertas dos colegas mais afoitos, mostrando também eles grande entusiasmo na procura de regularidades.

A professora observa que mesmo os alunos mais passivos se entusiasmam na procura de regularidades.

Após alguns momentos de procura sem resultados, e por terem sido descobertas todas as regularidades a que eu própria tinha chegado em casa, propus que fossemos investigar o que se passava com os múltiplos de 6. Coloquei-os

A professora propõe que se proceda à investigação de paralelamente aos múltiplos de quatro – por nenhuma razão pré-estabelecida. mas simplesmente para não perder tempo com o apagar do quadro.

regularidades num novo caso

0	0	0
5	4	6
10	8	12
15	12	18
20	16	24
25	20	30
30	24	36
35	28	42
40	32	48
45	36	54
50	40	60
55	44	66
60	48	72
65	52	78
70	56	84
75	60	90
80	64	96
85	68	102
90	72	108
95	76	114

As descobertas surgiam agora em catadupa e não havia aluno que não se empenhasse em dar a sua contribuição, o que me dificultava, por vezes, o registo e a sistematização:

Os alunos participam de uma forma dinâmica no relato de conclusões.

> *O algarismo das unidades é sempre 0, 6, 2, 8 e 4.*
> *O algarismo das unidades é sempre um número par.*
> *O algarismo das dezenas não se repete de 5 em 5.*

Fui refreando esse entusiasmo com pedidos e exclamações: *Calma! Vamos verificar se o que o colega afirmou é verdade; Atenção; Vejam!; Olhem que interessante o que o colega descobriu!*

A professora sugere que os alunos organizem a sua participação na discussão.

A Sónia de repente afirmou: *São os mesmos algarismos que para os múltiplos de 4.* E mesmo antes desta afirmação fazer sentido para mim já a Vânia declarava: *Estão é por outra ordem.* Percebi então que estavam a comparar os múltiplos de 4 e 6, o que expliquei à turma.

Uma aluna descobre outras relações e a professora ajuda a relatá-las à turma.

Começa na mesma por zero, constatou o Pedro que neste dia se encontrava bem acordado.

Os outros algarismos estão ao contrário, referiu a Ana.

Há múltiplos de 4 que também são múltiplos de 6.

Os múltiplos de 6 a partir do 12, são alternadamente também múltiplos de 4.

...

As descobertas vinham agora como as cerejas, umas atrás das outras, ultrapassando todas as minhas expectativas quanto às respostas que os alunos dariam. Eu não tinha previsto a hipótese de comparar os múltiplos dos diferentes números, pois nunca os colocara em paralelo. Vivi por isso as suas descobertas com enorme entusiasmo. Um aluno mais perspicaz observou:

A professora está muito contente connosco não está? E estava!

O registo feito no quadro proporcionou uma nova abordagem da tarefa. Além disso, o ter trabalhado com o grande grupo levou a que o contributo de um dado aluno fosse 'agarrado' por todos os seus colegas, conduzindo a um maior número de descobertas.

Para mim, o trabalho de grupo é o que melhor se adequa à realização de actividades de investigação/exploração. O trabalho em pequeno grupo permite atingir objectivos que dificilmente serão alcançados com o trabalho individual ou com o trabalho em grande grupo: cooperação, inter-ajuda, trabalho em equipa, organização. Dá ainda espaço para reflectir sobre as ideias dos outros e para explicar e verificar o seu raciocínio. No entanto, a realização de uma tarefa de investigação/exploração com toda a turma (experiência realizada pela primeira vez), parece-me ter tido o mérito de permitir um alargamento das descobertas. A estratégia utilizada por um aluno, para uma dada descoberta, é utilizada por um maior número de colegas para gerar novas descobertas. Esta estratégia permitiu ainda que os alunos assumissem individualmente as suas intervenções, o que é bastante importante para o processo de ensino-aprendizagem.

Esta tarefa, talvez por ter a ver com a investigação de regularidades simples, resultou plenamente numa aula de carácter colectivo — muito para além das minhas expectativas mais optimistas.

As expectativas da professora são largamente ultrapassadas pela participação dos alunos.

A professora reconhece que a interacção entre os alunos estimula-os a descobrirem novas relações.

A professora argumenta acerca da adequação do trabalho de grupo à realização de tarefas de investigação.

A professora indica como o trabalho em grande grupo também pode ser usado para trabalhar tarefas de investigação.

Discussão

A análise desta história revela-nos alguns aspectos do conhecimento didáctico do professor que contribuíram para o sucesso da aula. Apesar dos receios iniciais da professora a avaliação que faz no final é bastante positiva, identificando diversas potencialidades deste tipo de organização de aula.

Destaca-se na actuação da professora diversos elementos relativos à categoria *Instrução*, o que é somente natural visto que a narrativa se refere a uma aula em pleno desenvolvimento. A opção da professora por manter os alunos nos seus lugares e conduzir a aula em grande grupo evidencia saber adequar o *modo de trabalho na aula* tendo em conta as circunstâncias concretas. A reflexão que realiza no final da narrativa revela igualmente a importância que dá a este aspecto.

Apesar de os alunos se terem envolvido desde início na tarefa, observando-se um *ambiente* bastante vivo, a professora foi sustentando o seu interesse, propondo-lhes sucessivamente novos desafios ("a professora encoraja os alunos alargarem a investigação a um novo caso"). Não havendo um contacto directo com cada aluno individualmente no seu lugar este parece ser um tipo de *apoio* bastante adequado.

A importância que a professora dá à *comunicação* na aprendizagem revela-se em toda a aula, sendo visível, por exemplo, quando explicita à turma a descoberta de duas alunas, valorizando assim a sua contribuição, ou quando um dos alunos vai ao quadro explicar o seu raciocínio aos colegas. A forma dinâmica como os alunos participam no relato das suas conclusões leva a que a professora necessite de gerir as contribuições de cada um.

Outra componente fundamental das competências do professor é o conhecimento sobre os *Processos de aprendizagem*. Destaca-se neste âmbito a importância das suas *perspectivas em relação às capacidades dos alunos*. De facto, nas investigações os alunos revelam possuir capacidades que não se manifestam facilmente noutras situações ("as expectativas da professora são largamente ultrapassadas pela participação dos alunos").

A professora orienta a sua *interacção* com a turma de forma a estimular a participação dos alunos. A dinâmica de aula consegue envolver todos os alunos ("mesmo os alunos mais passivos se [entusiasmaram] na procura de regularidades"). Outra consequência das interacções que se criaram entre os alunos é o estímulo que deram à descoberta sucessiva de relações pois, como refere a professora, os alunos em diversas ocasiões partiam do contributo de um colega para gerarem novas conjecturas.

Considerações finais

Para além das indicações que dá sobre aspectos do conhecimento didáctico do professor, este trabalho mostra que a realização de investigações tem potencialidades extremamente significativas para a aprendizagem desta disciplina pelos alunos. Estas actividades merecem, por consequência, um lugar de maior destaque no trabalho escolar. A capacidade de pensar matematicamente é, pelo menos, tão importante como o domínio de conhecimentos matemáticos específicos. Trata-se de uma capacidade que parece ser claramente estimulada pela realização deste tipo de actividades. Para além disso, as actividades de investigação permitem o estabelecimento de ligações entre os mais diversos tópicos, dando uma perspectiva coerente e integrada da Matemática, completamente diferente da perspectiva compartimentada que os alunos tendem a manifestar. Tratam-se, portanto, de actividades que ajudam a criar uma imagem muito diferente — e mais verdadeira — desta ciência.

Estas actividades proporcionam momentos de intenso envolvimento em tarefas matemáticas a alunos de diversos níveis etários e de competências. Nas narrativas produzidas neste projecto temos fortes testemunhos do entusiasmo e da riqueza das experiências por eles vividas — aproximando-se muitas vezes da ideia de comunidade de aprendizagem. Se por vezes falta vida na aula de Matemática, ela parece claramente poder ser estimulada com a realização de tarefas desta natureza. O trabalho desenvolvido veio reforçar a nossa convicção da importância curricular deste tipo de trabalho matemático, pelo menos nos ciclos de ensino a que se referem as aulas realizadas no quadro deste projecto.

A metodologia adoptada neste estudo, apesar de se ter revelado algo problemática em certos aspectos, facilitou a reflexão dos professores sobre as suas aulas. Ajuda-nos, igualmente a compreender certos aspectos do processo de ensino-aprendizagem, em especial no que toca às actividades de investigação. A procura da complicação em cada caso leva-nos a ver a aula sob novas perspectivas e a olhar para questões que muitas vezes não são valorizadas nos relatos das aulas.

As narrativas constituem, pois, relatos interessantes que poderão ser utilizados na formação (inicial e contínua) de professores. Poderão igualmente servir para investigadores, técnicos de educação, políticos e pais terem um melhor conhecimento do que se passa do outro lado dos acontecimentos.

Acreditamos que são um bom meio de divulgação de questões relacionadas com as problemáticas da didáctica da Matemática e o conhecimento profissional do professor.

Referências

Bishop, A., e Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, e M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Bruner, J. (1991). The narrative construction of reality. Critical Inquiry, Nº 18, pp. 1-21.

Carter, K. (1993). The place of story in the study of teaching and teacher education. Educational Researcher, Vol. 22, Nº 1, pp. 5-12.

Christiansen, B., e Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, e M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.

Clandinin, D. J., e Connely, F. M. (1991). Narrative and story in practice and research. In D. A. Schön (Ed.), *The Reflective turn: Case studies in and on educational practice* (pp. 258-281). New York: Teachers College Press.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts* (report of The Comittee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools). London: Her Majesty Stationery Office.

Connely, F. M., e Clandinin, D. J. (1986). On narrative method, personal philosophy, and narrative unities in the story of teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, Vol. 23, Nº 4, pp. 293-310.

Connelly, F. M., e Clandinin, D. J. (1990). Stories of experience and narrative inquiry. *Educational Researcher*, Vol. 19, 5, pp. 2-14.

Cortazzi, M. (1993). *Narrative analysis*. London: Falmer Press.

Mason, J. (1991). Mathematical problem solving: Open, closed and exploratory in the UK. *ZDM*, Vol. 91, Nº 1, pp. 14-19.

MSEB (1989). *Everybody counts: A report to the nation o the future of mathematics education*. Washington: National Academy Press.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (tradução portuguesa da APM do original em inglês de 1991). Lisboa: IIE e APM.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A New aspect of the mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (1995). A didáctica da Matemática numa perspectiva de desenvolvimento profissional. In *Colectânea de Textos de Didáctica da Matemática*, Vol. I Lisboa: DEFCUL.

Riessman, C. K. (1993). *Narrative analysis*. Newbury Park: Sage.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Tarefas Estatísticas e Estratégias de Resposta [1]

Carolina Carvalho
Universidade de Lisboa

Introdução

O papel da tarefa no jogo das interacções que se estabelecem na sala de aula não é neutro nas aprendizagens dos alunos. As situações que se criam e o modo como são geridas pelos diferentes parceiros sociais presentes numa sala de aula fazem com que um conceito para ser aprendido não possa ser reduzido a uma mera definição.

O professor quando emprega um método pedagógico dispõe de diversas estratégias para fazer compreender ao aluno o que lhe quer ensinar. Uma primeira estratégia poderá ser reenviar o aluno para situações onde tenha que estabelecer associações significativas entre vivências pessoais e conhecimentos escolares. O objectivo é o aluno estabelecer ligações entre os dois tipos de saberes, muitas vezes sem ter de as explicitar. Num segundo momento, o professor deverá organizar estas ligações com o objectivo de levar o aluno a compreendê-las. Segundo Mopondi (1995), é frequente o professor não explicitar as bases epistemológicas das suas decisões, recorrendo à repetição de exercícios "semelhantes" que sugerem implicitamente um método, cabendo ao aluno a responsabilidade de o explicitar.

A apropriação de um determinado saber pelo aluno passa pela possibilidade de explicitar e explicar as diferentes relações que vai estabelecendo entre os vários conhecimentos e competências que progressivamente vai construindo ou seja, a possibilidade de os reconstruir, atribuindo-lhe um significado pessoal. Mas para que isso aconteça o contrato

[1] Agradecemos aos professores e alunos da Escola Secundária de Linda-a-Velha que participaram neste trabalho e à Cristina Roque pela disponibilidade e colaboração.

didáctico existente na sala de aula tem de o permitir. Para a didáctica da Matemática é o contrato didáctico que justifica e organiza os processos de expectativas entre um dado saber, o professor e o(s) aluno(s).

Apesar das regras de funcionamento da sala de aula serem criadas a partir da interacção entre os três parceiros da relação não são inteiramente explícitas, pois estão em jogo as representações sociais e cognitivas do professor e do aluno e cada sala de aula tem os seus próprios contratos que evoluem, rompem-se ou precisam-se com o tempo e as situações vividas. Por exemplo, é o contrato didáctico que permite ao aluno expor abertamente truques mnemónicos que encontrou, associações que estabeleceu ou que se limite a demonstrações e justificações *standards*.

Assim, na grande maioria das vezes, as decisões do professor são fortemente condicionadas pelas concepções pessoais sobre o que é ensinar e aprender matemática e pelo contrato didáctico celebrado entre os diferentes parceiros da sala de aula, funcionando ambos como mediadores entre saberes e competências dos alunos e o seu desempenho.

No seguimento das ideias anteriores sentimos necessidade de iniciar um estudo cujos **objectivos** principais foram:

- Identificar estratégias de resposta mais frequentes utilizadas pelos alunos quando resolvem tarefas estatísticas habituais.
- Identificar estratégias de resposta responsáveis por resoluções consideradas incorrectas.
- Identificar estratégias de resposta pertinentes quando os dados estão organizados de uma forma diferente.

Método

A **amostra** é composta por 133 alunos do 7º ano de escolaridade, de uma escola secundária nos arredores de Lisboa repartidos por seis turmas com um rendimento escolar equivalente e três professores de Matemática.

A amostra foi recolhida durante o mês de Outubro no ano lectivo de 1996/97.

Os **instrumentos** utilizados no nosso estudo eram constituídos por duas tarefas de tipo habitual, semelhantes às tarefas típicas que os professores propõem aos seus alunos quando leccionam a unidade curricular de

Estatística. Estas tarefas foram construídas com base em informações fornecidas por professores de Matemática que trabalham com alunos do 7º ano de escolaridade. Em ambas as tarefas pedia-se para calcular a moda, a mediana e a média, partindo-se de um conjunto de dados ou de um gráfico de barras.

O procedimento consistiu em pedir ao professor que, após a unidade curricular de Estatística ter sido considerada concluída, os alunos realizassem as tarefas. Três turmas realizaram primeiro a tarefa com a tabela de frequências (tarefa 1) e depois com o gráfico de barras (tarefa 2). Nas restantes, a ordem foi a inversa.

Foi pedido aos alunos para escreverem tudo o que faziam, não apagarem o que tinham feito e que quando se enganassem pusessem um traço em cima e continuassem. Pediu-se igualmente aos alunos que indicassem todos os cálculos, mesmo quando utilizavam a máquina de calcular.

O professor encontrava-se presente na sala, mas só o experimentador respondia à dúvidas dos sujeitos, procurando não sugerir respostas. O tempo de realização da tarefa foi cerca de 50 minutos.

Resultados

Apresentação

A observação dos desempenhos dos alunos permite-nos verificar que dos 133 alunos que resolveram as tarefas somente 37 apresentaram, pelo menos num dos três parâmetros estatísticos que estavam a ser estudados (moda, mediana e média), uma estratégia de resolução responsável por uma solução incorrecta, de acordo com um ponto de vista formal.

A análise das produções escritas dos alunos com estratégias de resolução "incorrectas" permitiu-nos identificar quais as mais frequentes e comuns nas duas tarefas (Quadro I). Contudo, encontramos 47 alunos que num dos três parâmetros recorreram a um outro tipo de resolução diferente das apresentadas e 49 que utilizaram as estratégias de resolução formalmente correctas.

Estratégias de resposta pertinentes (ambas as tarefas)

• Moda:	maior valor da frequência absoluta (1).
• Mediana:	ordena os dados sem atender às frequências absolutas (2);
	ordena as frequências absolutas e calcula a posição do valor central (3);
	calcula a(s) posição(ões) dos valor(es) central(ais) escolhendo mal o valor mediano (4);
	calcula a mediana utilizando o(s) valor(es) da moda (5).
• Média:	soma as frequências absolutas e divide pelo número de parcelas (6);
	soma os valores que a variável da amostra toma e divide pelo número de parcelas (7).

Quadro I: Estratégias de resolução "incorrecta" mais frequentes

Observa-se ser a mediana onde surge um maior número de estratégias de resolução "incorrectas" e a moda ser o parâmetro com o menor número. A média é onde se verifica o maior número de erros de cálculo devido a uma utilização inadequada da calculadora, nomeadamente na soma dos diferentes produtos, embora este facto não tenha sido objecto de análise ou penalizante para a avaliação do desempenho do aluno.

A leitura do Quadro II mostra que em ambas as tarefas a frequência de resoluções incorrectas aumenta na segunda tarefa o que pode ser explicado pelo cansaço dos alunos, por um efeito retroactivo da tarefa anterior e pela pressão do tempo. Os resultados parecem ainda sugerir que a ordem pela qual foi realizada a tarefa parece influenciar as respostas dos alunos. De facto, os alunos quando realizam primeiro a tarefa 1 (tarefa com a tabela de frequências) cometem menos erros do que quando a realizam em segundo lugar, mas o mesmo não acontece quando a ordem de realização é a inversa. O número de respostas "incorrectas" parece diminuir quando a tarefa 2 (tarefa com o gráfico de barras) é feita em segundo lugar.

T2 N=23	22 (32%)
T1 N=23	25 (36%)

T1 N=14	10 (24%)
T2 N=14	16 (38%)

Quadro II: Frequência das estratégias responsáveis por resoluções "incorrectas" segundo a ordem de execução das tarefas

Na Tabela 1 encontra-se a distribuição da frequência das estratégias de resolução "incorrectas" para os sujeitos que realizaram primeiro a tarefa 2 e depois a 1 e na Tabela 2 os sujeitos que realizaram as tarefas na ordem inversa. Podemos observar que parece não existir um tipo de estratégia característico de uma tarefa uma vez que todas elas aparecem em ambas as tarefas excepto a estratégia 2, referente ao cálculo da mediana, que tem frequência zero na tarefa 2 e frequência 2 na tarefa 1. Em relação à Tabela 2, verifica-se que a estratégia 5, também referente ao cálculo da mediana, não aparece na tarefa 2 quando os alunos realizam primeiro a tarefa 1.

Tabela 1: Distribuição da frequência das estratégias de resolução "incorrectas" para os sujeitos que realizaram primeiro a tarefa 2

	1		2		3		4		5		6		7	
	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1
Moda	1	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mediana	-	-	0	2	4	4	3	5	4	4	-	-	-	-
Média	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	4	5	4

Tabela 2: Distribuição da frequência das estratégias de resolução "incorrectas" para os sujeitos que realizaram primeiro a tarefa 1

	1		2		3		4		5		6		7	
	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2	T 1	T 2
Moda	1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mediana	-	-	3	2	1	2	2	2	3	0	-	-	-	-
Média	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	3	1	3

Estávamos igualmente interessados em verificar se os alunos ao resolverem as tarefas mantinham ou não a estratégia de resolução "incorrecta" quando o parâmetro estatístico pedido era o mesmo. Como podemos observar no Quadro III, 38% dos sujeitos resolveu ambas as tarefas com a mesma estratégia no caso da média, mas o mesmo não aconteceu no caso da mediana onde se constata uma grande diversidade de resoluções, havendo somente 19% de sujeitos que mantiveram a mesma estratégia.

Mediana	7 (19%)
Média	10 (38%)

Quadro III: Frequência de alunos que mantiveram a mesma estratégia "incorrecta" de resolução

Na tarefa 1 a moda da amostra era unimodal e na tarefa 2 a moda era bimodal. Este facto fez com que este parâmetro não fosse considerado pois o aluno teria sempre de o realizar com resoluções diferentes.

Da leitura de ambas as tarefas podemos constatar que a mediana é o parâmetro estatístico onde o aluno constrói mais estratégias alternativas de resposta e nas suas produções escritas está patente um maior número de hesitações, nomeadamente riscar, apagar ou mesmo abandonar a resolução antes de estar concluída.

Discussão

A análise das produções escritas permite-nos identificar alguns tipos de estratégias utilizadas pelos alunos quando lhes é pedido para resolverem tarefas habituais com a moda, a mediana e a média.

Embora em ambas as tarefas o pedido feito ao sujeito fosse o mesmo, calcular a moda, a mediana e a média, na tarefa 2, onde os dados estão organizados na forma de um gráfico de barras, o sujeito tem de saber o significado matemático de um sistema simbólico de representação.

Este facto acrescenta um grau de dificuldade superior à tarefa dado ser menos frequente o aluno resolver tarefas onde os dados estatísticos estão organizados na forma de um gráfico e de um ponto de vista cognitivo ser capaz de relacionar um duplo sistema de eixos é uma característica própria do final do estádio das operações concretas. Existe ainda um outro aspecto que parece não ser conveniente descuidar, as representações sociais dos alunos associadas a gráficos e como estas se relacionam com os sistemas simbólicos utilizados na Matemática.

A leitura das produções escritas dos alunos sugere-nos que a mediana é o parâmetro estatístico que levanta mais dificuldades aos alunos, independentemente do tipo de tarefa. Esta dificuldade traduz-se na maior variedade de estratégias alternativas geradas pelos alunos o que nos leva a pensar em vários esquemas cognitivos em conflito. O aluno ao aceitar como correctas respostas erradas revela, de acordo com Resnick (1989), dificuldade em compreender o significado matemático do conceito. Apesar de no caso da média e da moda os alunos recorrerem a um menor número de estratégias de resposta alternativas as produções escritas levam-nos a aceitar a mesma explicação.

Conclusões

Na presente comunicação limitamo-nos a identificar estratégias de resposta mais frequentes utilizadas pelos alunos do 7º ano de escolaridade, que realizaram este estudo, quando resolvem tarefas habituais da unidade curricular de Estatística. Porém, para esta análise ficar completa necessita de uma outra acerca da metodologia utilizada pelo(s) professor(es) quando a unidade é leccionada. Contudo, algumas ideias podem ser retiradas:

- o aluno aceitar correctas resoluções que não o são;
- a "máscara do cálculo" na compreensão do conceito;
- a influência do procedimento e de um resultado a "qualquer preço" em detrimento da discussão dos conceitos em muitos dos contratos didácticos das nossas escolas;
- as potencialidades da análise do porquê de uma determinada produção do aluno;
- a riqueza que a tarefa permite quando pretendemos compreender como os saberes e as competências são adquiridos pelos alunos.

Assim, a tarefa proposta funciona como um mediador entre os saberes

e as competências dos sujeitos e o seu desempenho. Parece-nos pois que, cada vez mais a análise detalhada das tarefas propostas e dos desempenhos dos alunos encerram potencialidades para uma melhor compreensão do modo como os saberes e as competências matemáticas são construídos e utilizados.

Bibliografia

Brousseau, G. (1988). Le Contract Didactique: le Milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **9**, 3, 309-336.

Carvalho, C. (1996). *Gráficos de Barras e Tabelas de Frequências numa Tarefa Estatística com alunos do 7ºAno*. Comunicação apresentada no V Encontro de Investigação em Educação Matemática, organizado pela Secção de Educação Matemática da S.P.C.E., Tróia, Portugal, Abril de 1996.

Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7ºano. *Actas do ProfMat 96*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 165-171.

César, M. (1996). Interacção entre Pares e Resolução de Tarefas Matemáticas. *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa: Associação dos Professores de Matemática. (In Press)

Mopondi, B. (1995). Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **15**, 3, 7-52.

Resnick, B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, **44**, 2, 162-169.

Vergnaud, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **10**, 23, 133-170.

As tarefas: elementos (e dilemas) tidos em conta na sua concepção

Manuel Saraiva
Universidade da Beira Interior
António Bernardes
Escola Secundária de Gil Vicente

Introdução

Hoje em dia há um certo consenso na comunidade dos educadores matemáticos quanto aos aspectos básicos e fundamentais que devem nortear a prática do ensino da Matemática (APM, 1988; NCTM, 1991; NCR, 1989), a saber: i) o objectivo do ensino da Matemática passa pelo desenvolvimento do poder matemático nos alunos; ii) a forma como os alunos aprendem é, também, um conteúdo; iii) o ensino da Matemática é para todos; e iv) não há receitas para o desempenho da prática de ensinar.

Em grande parte, estes princípios estão contemplados nos novos programas do ensino não superior em vigor em Portugal (DEB, 1991; DES, 1993). Eles realçam aspectos sobre a evolução da Matemática (uma mudança muito acentuada na sua prática e um reforço da concepção da Matemática como uma actividade), bem como os conhecimentos mais recentes no campo da psicologia (a teoria construtivista, com a defesa da construção do conhecimento pelo próprio sujeito; a aprendizagem situada, com a tese de que o conhecimento é situado, dependendo do como é que é feita a aprendizagem), da psicologia social e da sociologia (onde é valorizada a interacção aluno--aluno e aluno-professor, com realce para a comunicação escrita e oral; a cidadania e integração social de cada aluno é uma preocupação constante, a qual necessita ser levada em conta) e da didáctica (ênfase na preparação, execução e reflexão sobre o trabalho lectivo diário do professor).

Segundo Davis e Hersh (1996), todas as pessoas acabam por ser matemáticas e por fazer Matemática, embora em pequena extensão. Para estes autores, fazer compras no mercado, forrar uma parede de papel ou decorar um jarro de cerâmica com um padrão regular é fazer Matemática. Os alunos não podem ser uma excepção. Torna-se, deste modo, necessário criar um ambiente de trabalho na escola, e muito concretamente na sala de aula de Matemática, para que os alunos possam experimentar e fazer Matemática. Só assim, e através da sua experiência matemática, é que poderá ser desenvolvida no aluno toda uma capacidade matemática de *analisar situações, fazer conjecturas, provar ou rejeitar asserções, formular e resolver problemas e pensar matematicamente* (APM, 1988, p. 54). Trata-se de um processo progressivo que tem de ser perseguido com determinação e que dependerá muito da actividade que o aluno tiver no seu contacto com a Matemática.

Assim, as tarefas que o professor propõe aos seus alunos assumem um papel importantíssimo, pois delas dependerá bastante a actividade matemática desenvolvida por eles (se bem que a tarefa em si não seja uma condição suficiente para que haja uma boa actividade matemática do aluno, ela é, decerto, uma condição necessária para que tal aconteça — há que ter, também, em conta a importância do ambiente de trabalho que o professor cria na sala de aula e a interacção aluno-aluno e aluno-professor como peças chave para o ganho do significado matemático que o aluno venha a obter dessa mesma actividade). Tal como afirma Schoenfeld (1992), há que aproximar a actividade do aluno da actividade do matemático, contribuindo, desta forma, para que a aula de Matemática se constitua como uma comunidade matemática.

A importância das tarefas para a experiência matemática dos alunos

Christiansen e Howson (1986), na sua análise sobre a evolução do ensino e da aprendizagem da Matemática nas últimas décadas, afirmam que após a hegemonia da perspectiva a que eles chamam predominantemente instrumental (até aos anos setenta — onde a Matemática é encarada de uma forma abstracta e formal e desligada da realidade e o seu ensino assenta essencialmente na resolução de exercícios mais ou menos difíceis e variados) surge a época da visão da Matemática como uma actividade (a partir dos anos setenta). É a época em que é suposto que as actividades matemáticas darão aos alunos oportunidades para efectuarem um trabalho aberto e exploratório, de preferência em grupo, sobre os materiais e as ideias em jogo. Todavia, e para aqueles autores, *a realização das actividades matemáticas não conduzem necessariamente a uma aprendizagem partilhada da Matemática* (p. 251). Por outro lado, as tarefas sobre as quais os alunos trabalham *não contêm em si quer os conceitos quer as estruturas matemáticas, de tal forma que uma determinada actividade sobre uma certa tarefa não garante a aprendizagem pretendida, pois a tarefa é interpretada sob a influência de vários factores (é interpretada e executada sob a influência das atitudes e das concepções quer dos alunos quer do professor)* (p. 250). Esta necessidade de mostrar que as tarefas não contêm em si os conceitos e as estruturas matemáticas pode encontrar-se em outros autores, nomeadamente em Steinbring (1994), que caracteriza o conhecimento matemático teórico através do chamado triângulo epistemológico (objecto, símbolo e conceito), onde o significado matemático surge das relações dentro daquele sistema — é o ter em conta a necessidade dos transportadores simbólicos para o conhecimento mas, ao mesmo tempo, ir-se para além deles (fig. 1):

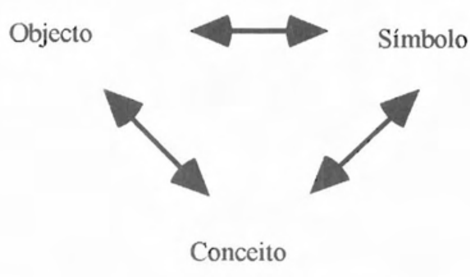


Figura 1: O Triângulo Epistemológico

Na sala de aula, por exemplo, o professor de Matemática tem de apresentar situações de aprendizagem aos alunos em contextos específicos que podem ser *compartilhados na comunicação e, depois, através da generalização, os alunos devem começar um processo de descontextualização que os ajude a reconstruírem, subjectivamente, o significado do saber matemático escondido no contexto* (Steinbring, 1994, p. 97). É neste processo de descontextualização que surgem as relações estruturais realçadas no objecto, possibilitando o desenvolvimento da relação conceptual entre o objecto e o símbolo no triângulo epistemológico.

Para Christiansen e Howson (1986), há toda uma necessidade de clarificar teoricamente a relação entre tarefa, actividade e a aprendizagem resultante, que estão por detrás da utilização dc termo actividade matemática. Segundo aqueles autores, devemos olhá-las como componentes separadas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Eles desenvolvem a sua ideia com base na teoria activa de Leontèv, para quem um indivíduo que esteja motivado para actuar sobre um determinado objecto aprende a partir da sua actividade e das suas acções e reflexões afins, revelando, assim, um mútuo controlo na relação entre o objecto e a actividade. O motivo real de uma actividade está, desta forma, no seu objecto mental ou material, levando a que a actividade seja um processo que é sempre iniciado e interpretado na perspectiva de um motivo. A actividade humana traduz-se por meio de um sistema de acções que são processos direccionados para um alvo com origem no motivo da actividade. A actividade e a acção são entidades distintas — uma acção específica pode servir para realizar actividades diferentes e a mesma actividade pode levar a alvos diferentes para as acções que a constituem e, consequentemente, iniciar diferentes acções.

O alvo de cada acção é o que Leontèv chama tarefa ("task"). Normalmente é o professor quem propõe a tarefa, que é interpretada pelo aluno, dando origem a actividades diversas ou, mesmo, a nenhumas. Porém, é necessário todo um conjunto de acções, por parte do professor, para assegurar que a actividade educacional resulte na aprendizagem pretendida.

A escolha e a selecção das tarefas, por parte do professor, assumem, desta forma, uma importância acrescida pois, e tal como afirmam Bishop e Goffree (1986), a actividade dos alunos será afectada crucialmente pela escolha que o professor faz da tarefa e a capacidade dele em criar envolvimento e em gerir as actividades com sucesso. Assim, devem ser valorizadas as tarefas e as situações que dêem aos alunos a oportunidade para eles se envolverem na criação dos seus próprios significados e da sua própria Matemática. Neste sentido vão também as palavras de Ponte (1994), para quem uma tarefa pode dar lugar a actividades diversas, conforme as suas potencialidades intrínsecas, o modo como for proposta, como for feita a organização do trabalho, o ambiente de aprendizagem e a própria capacidade e experiência anterior dos alunos.

Ganha, assim, um especial relevo o conhecimento profissional do professor no âmbito do saber na acção, nomeadamente no da criação de situações de ensino/aprendizagem. A selecção e preparação de tarefas exige que o professor recorra a todo um seu saber (de referência e de acção) e levanta inúmeras interrogações, pois, e tal como afirma Ponte (1995), as formas encontradas para resolver experiências criadas e vividas numa dada situação não são generalizáveis para novos contextos e para outros alunos.

Uma "boa" ideia conduz sempre à elaboração de uma "boa" tarefa?

No trabalho de equipa que temos vindo a desenvolver desde o ano lectivo de 1993/94, tem estado sempre presente uma vontade enorme para experimentar e arriscar certas inovações educacionais. Tem sido grande a predisposição para fazer uma forte ligação da Matemática à realidade e para levar a cabo propostas de trabalho tidas como boas mas de difícil concretização, caso das de modelação matemática. Nesta comunicação gostaríamos de partilhar o processo que fomos seguindo para a concepção e elaboração de tarefas consideradas por nós inovadoras e de ligação da Matemática à realidade. Pensamos, todavia, que muito deste processo pode ser encontrado na concepção de muitas das tarefas do dia a dia da prática lectiva. Concordamos com Ollerton (1994) quando afirma que na escolha de uma tarefa o professor tem em conta aspectos como: i) o encontrar nela um início de aula apropriado para que todos os alunos trabalhem; ii) o fornecer oportunidades ricas para muitos desenvolvimentos; iii) a possibilidade de serem trabalhadas uma variedade de competências de conteúdo; iv) a criação de oportunidades para os alunos explorarem ideias e colocarem questões; v) o apoiar diferentes tipos de intervenções do professor, desde o colocar questões ao explicar e expor; vi) o permitir que os alunos tomem a maior parte da responsabilidade no seu desenvolvimento; vii) o permitir uma variedade de resultados, alguns dos quais podendo ser inesperados; viii) a utilização de contextos "reais" (informação de jornais e contextos de resolução de problemas); e ix) a possibilidade de haver um início prático de modo a fornecer experiências concretas a partir das quais possam ser feitas abstracções (p. 64). No nosso caso concreto, e antes da elaboração da tarefa, precisámos de sentir, de "agarrar", uma ideia inicial na qual acreditássemos vir a dar uma boa proposta de trabalho para alcançar os objectivos pretendidos. Neste ponto do processo foi muito importante o trabalho em equipa, pois isso permitiu desenvolver as ideias que iam aparecendo (e rejeitar outras) através da discussão e reflexão que foi possível estabelecer. A essa ideia inicial esteve sempre associado o factor da originalidade. Tivemos que sentir que não havia nada igual a ela, mesmo nos casos em que a inspiração fora encontrada em algo que se vira ou se lera algures. A sobrevivência da ideia inicial, e a sua subsequente materialização numa proposta de trabalho para os alunos, passou por nela reconhecermos potencialidades sob vários pontos de vista: i) o dos conteúdos matemáticos (para a introdução de conceitos, ou para a aplicação e a conexão de conceitos); ii) o da utilização/desenvolvimento de capacidades/atitudes dos alunos (resolução de problemas; espírito crítico; autonomia e colaboração); iii) o das metodologias e formas de trabalho (modelação matemática; trabalho de grupo; e trabalho de projecto); e iv) o da utilização das tecnologias e materiais (NTI e materiais diversos). A partir desta ideia inicial pensámos questões que poderiam ser colocadas aos alunos (umas que lhes permitissem pôr em prática aquilo que já sabiam; outras que lhes permitissem um ganho de conhecimentos ou de capacidades). Por detrás de tudo isto esteve como pano de fundo, e de forma mais ou menos consciente, o programa (conhecimentos, capacidades e atitudes). Neste processo dinâmico conducente à proposta final a apresentar aos alunos, e depois de acreditarmos na ideia inicial e de terem aparecido algumas questões com base nela, surgiram-nos interrogações do tipo: será que esta questão tem interesse? O que é que pretendemos atingir com ela? Ou dito de outra forma: esta questão que objectivos contempla? Ou ainda: não seria bom arranjarmos uma questão para atingir "tal objectivo"? Ou seja: existe um conjunto de objectivos que tem interesse atingir, como é que com esta proposta o vamos conseguir? Muitas vezes, quando as respostas a estas perguntas não nos satisfaziam, abandonávamos aquela ideia e avançávamos para outra. Umas vezes, se calhar, porque a proposta ficaria pobre, outras porque nem sequer conseguíamos formular questões.

Os condicionalismos/dilemas para se chegar à tarefa. Uma vez crentes na ideia inicial, vários foram os condicionalismos/dilemas para a elaboração de uma proposta que nos satisfizesse. O factor tempo esteve sempre presente e foi uma pressão constante que nos constrangiu de forma permanente. A ele esteve associado o programa que havia para cumprir — como agir de modo que não ficasse nenhum tema curricular por leccionar? Apesar de sentirmos que estávamos a cumprir o programa vivemos com o receio de não o conseguir cumprir. Os alunos, com as suas concepções, os seus objectivos e os seus conhecimentos, foram, sem dúvida, uma das nossas condicionantes, pois estávamos conscientes que os objectivos deles nem sempre eram coincidentes com os nossos. Nós tivemos que sentir que os alunos iam aderir à tarefa que lhes íamos propor, mesmo que ela entrasse em confronto com a forma a que eles estavam habituados a trabalhar em Matemática. De uma maneira geral, a experiência matemática daqueles alunos, até ao 9º ano, não passou pela resolução de tarefas abertas e pelo trabalho de grupo. Um outro factor que limitou a elaboração de tarefas concretas para certa ideia inicial relacionou-se com um sentimento de falta de conhecimentos exteriores à Matemática para desenvolver a ideia. Ou seja, sentimos muitas vezes dificuldades em discutir a ideia inicial, não só sob o ponto de vista matemático mas também do ponto de vista do contexto em que ela surgia, nomeadamente no caso de situações ligadas a outras disciplinas. Se víssemos que não tínhamos hipóteses de ganhar esse conhecimento nos prazos estabelecidos para levar à prática a ideia desistíamos de tal empreendimento. O não haver um domínio desse conhecimento limitava, quanto a nós, o nosso papel dinamizador da actividade dos alunos, tal como o vemos.

A proposta de modelação "Açores". Uma das propostas que ilustra este processo foi, sem dúvida, a tarefa de modelação "Ir ou não para os Açores" (ver Anexo 1) com base num anúncio de jornal (ver Anexo 2), proposta em Maio de 1995 aos nossos alunos do 11º ano (a duas turmas). A sua concepção levou meses de gestação (começou a ser pensada para ser concretizada no fim do capítulo das Funções, em Janeiro de 1995, e foi proposta aos alunos no fim do capítulo das Sucessões). Os sucessivos adiamentos tiveram a ver com algumas das exigências e condicionalismos atrás referidos.

O motivo desta nossa actividade estava na vontade que tínhamos em levar à prática, com os nossos alunos, a modelação matemática e a importância que atribuíamos à ligação da Matemática à realidade. Assim, e após uma fase de análise e recusa de algumas ideias, chegámos ao anúncio

dos Açores. No percurso de reflexão que conduziu à proposta final a apresentar aos alunos, conseguimos identificar algumas fases (momentos) importantes que passamos a indicar: i) compreensão da situação (leitura e interpretação do anúncio) e levantamento de questões que se nos punham em termos pessoais — "Afinal que condições é que eles dão?", "O professor está cá a ganhar x, portanto vai ganhar lá mais 25% de x ($x+0,25x$) nos dois primeiros anos e a partir do 3º ano irá ganhar 30% disto", "Não, é $1,3x$ a partir do 3º ano"; ii) levantamento de possíveis questões a propor aos alunos — "Que perguntas é que poderemos fazer com isto aos alunos?", "Que tipo de professor é que está interessado em responder ao anúncio?"; iii) identificação da Matemática que poderia ser feita a partir da situação — "Matematicamente até onde se pode mexer com isto?", "Tens sucessões constantes. A dos Açores é definida por dois ramos. Dá para jogar com tabelas, com a representação gráfica", "Pode entrar aqui um factor mais interessante que é o facto dos professores serem aumentados todos os anos entre 2 a 3%"; iv) questionamento sobre a utilidade da ideia do ponto de vista matemático — "Tudo isto tem riqueza matemática suficiente para se avançar?"; v) relacionamento da ideia (possível exploração matemática) com o currículo — "Isto entra em que altura?", "Quando se derem as Progressões?". A forma como estas fases estão indicadas não significa que se sucederam sequencialmente. Estão todas interligadas entre si, foram surgindo à medida que a discussão avançou e retomadas sempre que havia necessidade disso, permitindo, desta forma, uma compreensão cada vez maior da situação em jogo, bem como um ganho de convicção quanto à sua utilidade na construção de uma tarefa para os alunos.

Todavia, só passámos à fase da elaboração da proposta que apresentámos aos alunos após sentirmos uma forte convicção sobre a utilidade/praticabilidade da ideia. A partir daí foi pensar na melhor forma de a levar à prática na sala de aula. Esta fase serviu para tomarmos consciência de que nas aulas de modelação "Ir ou não para os Açores" poderia surgir uma grande diversidade de interpretações por parte dos alunos e de vários caminhos diferentes para a resolução da situação, devido à forma aberta como as questões iriam ser propostas e à maneira como estávamos a pensar fazer a gestão do trabalho nessas aulas (basear toda a construção do modelo no trabalho feito pelos alunos, partindo das conclusões dos grupos de alunos para uma discussão geral dinamizada por nós).

A tarefa apresentada levou 4 horas a realizar pelos alunos de ambas as turmas, tendo sido uma proposta que fez apelo a conhecimentos matemáticos (aplicação das progressões, numa das turmas, e introdução das progressões, na outra) e a capacidades e atitudes dos alunos (resolução de problemas, sentido crítico, criatividade, autonomia e confiança, experimentação e conjecturação). Ao nível da concretização pode dizer-se que os alunos tiveram a oportunidade de utilizar e confrontar referências pessoais na definição das variáveis e parâmetros. Os alunos sentiram que foram eles a construir o perfil do candidato (porque foram mesmo eles), tiveram alguma facilidade na construção do modelo (vinha na sequência do trabalho desenvolvido com eles noutros temas — propostas que envolveram a conjecturação e a generalização) e puderam constatar as dificuldades em construir um modelo que envolvia muitas variáveis, havendo a necessidade de controlar o seu número — constatação de que um modelo é uma simplificação da realidade. Gostaríamos de realçar, ainda, que numa das turmas os alunos identificaram como Progressões os modelos construídos, na outra, os modelos construídos serviram para introduzir aquele tema matemático (ver Anexo 3).

Conclusão

Na concepção das tarefas, e para nós, há, normalmente, uma ideia original inicial antes de chegarmos à elaboração da tarefa a apresentar aos alunos. Essa ideia nascente é sujeita a todo um processo dinâmico de filtragem envolvendo objectivos, questionamento de subtarefas potenciais e ultrapassagem das dificuldades e dilemas surgidos.

Na maior parte dos casos não nos é fácil identificar a ordem pela qual surge na nossa mente a ideia e o objectivo pretendido. Há toda uma mistura, um "entrar em cena" simultâneo, passo a passo, de objectivos e de ideias, que se nos afigura de difícil resposta à pergunta do que é que surge primeiro: a ideia ou o objectivo?

A proposta resultante é, muitas vezes, pouco segura em termos da sua concretização, provocando, sempre, a existência de uma certa tensão (por causa da imprevisibilidade permanente na sala de aula) e acabando por ser como que o "guião de um filme" — que pode ser muito bom, mas o que vai

determinar o seu "êxito" são os "actores" (os alunos) e o "realizador" (o professor).

O trabalho em equipa tem sido um contexto fundamental para o surgimento de ideias e para a sua tradução naquilo que pensamos ser "bons guiões" (boas tarefas).

A reflexão desenvolvida ao longo deste trabalho tem permitido uma tomada de consciência de nós próprios como professores e como pessoas.

A reflexão sobre a prática (antes, durante e depois) tem permitido que nos distanciemos relativamente a ela e que simultaneamente a dominemos cada vez mais.

Referências

APM (1988). Renovação do currículo de Matemática. Lisboa: APM.

Christiansen, B. & Howson, A. G. (1986). Task and activity. Em B. Christiensan, A. G. Howson e M. Otte (Eds.), Perspectives on mathematics education (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.

Davis, P. & Hersh, R. (1996). A Experiência Matemática. Lisboa: Gradiva.

DEB (1991). Programas do 3° ciclo.

DES (1993). Programas do ensino secundário.

NCR (1989). Everybody Counts: A Report to the nation on the future of mathematics education. Washington: National Academy Press.

NCTM (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: NCTM.

Ollerton, M. (1994). Contexts and strategies for learning mathematics. Em M. Selinger (Ed.), Teaching mathematics (pp. 63-72). London: The Open University.

Ponte, J. P. (1994). Do tangram ao cálculo das áreas: procurando pôr em prática os novos programas. V SIEM, pp. 35-50. Leiria: APM.

Ponte, J. P. (1995). A Didáctica da Matemática numa perspectiva de desenvolvimento profissional. Intervenção realizada na Escola Superior de Educação de Lisboa.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Em D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp.334-370). New York: Macmillan.

Steinbring, H. (1994). Dialogue between theory and practice in mathematics education. Em R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer & B. Wilkelmann (Eds.), Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline (pp. 89-102). Dordrecht: Kluwer.

Anexo 1

Escola Secundária de Gil Vicente
Matemática • 11º Ano • Maio de 1995

Nome Turma N.º

Ir, ou não ir, para os Açores?
— 1ª Parte —

No *Público* de 12 de Março de 1995 podia ler-se este anúncio.

É provável que muitos professores o tenham lido e é também muito provável que muitos deles se tenham interrogado:

Valerá a pena?

Alguns deles, concerteza, devem ter pegado numa calculadora e começado a fazer contas, interrogando-se:

Quanto é que vou ganhar a mais?

O que pensas sobre o seguinte?

• Quem publicou este anúncio, estava a pensar em que tipo de professores?

• Quais serão as intenções do Presidente da Câmara de Povoação ao oferecer aquelas condições?

• Quais poderão ser os objectivos de um professor ao concorrer para aquele lugar?

Obviamente que é impossível analisar as situações pessoais de todos os professores que leram este anúncio, mas podemos estudar uma delas...

Define o perfil de um possível candidato.

• Quais são os dados relevantes que se devem considerar relativamente a este candidato?

• Que "contas" há a fazer?

Ir, ou não ir, para os Açores?

— 2ª Parte —

Dados base:

- Vencimento líquido: 150 contos
- Renda de casa (ou prestação): 70 contos
- Preço da viagem Continente - Açores (ida e volta): 50 contos

<u>1ª Hipótese:</u>
- Não faz viagens
- Não são considerados aumentos anuais do vencimento

<u>2ª Hipótese:</u>
- Faz duas viagens anuais
- Não são considerados aumentos anuais do vencimento

<u>3ª Hipótese:</u>
- Não faz viagens
- Aumento anual do vencimento: 2%

<u>4ª Hipótese:</u>
- Faz duas viagens anuais
- Aumento anual do vencimento: 2%

Anexo 2

DIVERSOS ECOBRIADO EMPRESAS

LÍDER TÊXTIL EUROPEU

PROCURA

2 REPRESENTANTES

para Porto/Lisboa e Arredores, meias de senhora em lycra, [illegible] de homem, senhora e rapaz em lã.

Exige-se conhecimentos do ramo.

Os interessados devem enviar C.V. e foto para: Apdo. C. N.º 35220 A.P. 08080 BCN - España

DUPLEX 180 [illegible]

[illegible]

Ótimos requisitos

Tel. 01/796 47 13

LOJA ALUGA-SE

[illegible]

OTLF

Cursos de fotografia. Inscrições abertas das 9 às 19h.

ALMADA

Tel. 274 [illegible] 01

PISCICULTURA

VENDE-SE

Viveiro com 12 hectares, em laboração, com vários artigos urbanos, entre Olhão e Faro

80.000 c.

Tel. e Fax 081-[illegible]

TRESPASSA-SE

CERVEJARIA NA ERICEIRA

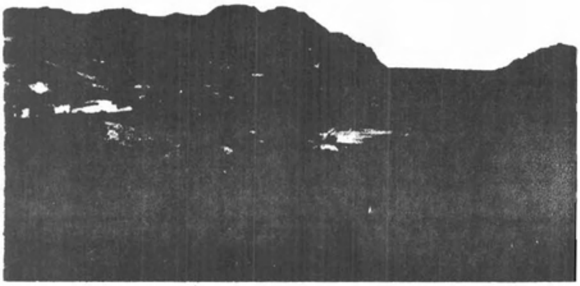
TELEF. (061) [illegible]

Cont. Sr. [illegible]

ATENÇÃO

PROFESSORES LICENCIADOS

CONCURSO



REGIÃO AUTÓNOMA DOS AÇORES

O MUNICÍPIO DA POVOAÇÃO – O MAIS LINDO E MAIS TURÍSTICO DOS AÇORES - alerta os **Professores** Licenciados que, muito em breve, estará aberto o concurso para Professores do 2.º e 3.º Ciclos e Secundário, para a Escola Maria Isabel do Carmo Medeiros da Povoação, Açores.

Os professores que optarem por concorrer para esta Escola têm os seguintes direitos:

1 - Acréscimo de 25% sobre o vencimento no 1.º e 2.º anos de estadia

2 - Acréscimo de 30% sobre o vencimento a partir do 3.º ano de estadia

3 - Renda de casa paga na totalidade, pela Câmara Municipal.

Para outras informações poderá contactar para
55 510

– Dra. Irene Amaral

55 250

O Presidente da Câmara Municipal
Dr. Carlos Avila

MINISTÉRIO DA SAÚDE

DIRECÇÃO-GERAL DAS INSTALAÇÕES E EQUIPAMENTOS DA SAÚDE

ANÚNCIO

CONCURSO PÚBLICO N.º [illegible]-DG

1 - Concurso promovido pela Direcção-Geral das Instalações e Equipamentos da Saúde, sito em Lisboa, na Avenida da República, n.º [illegible]

2 - Concurso público, nos termos [illegible]

3 - a) Local de entrega: [illegible] b) Natureza: Aquisição do Estudo [illegible] do Sistema de Informação, tendo em vista a Gestão da Qualidade

4 - O prazo de entrega do estudo [illegible]

5 - a) O processo de concurso pode ser examinado nas instalações da DGIES [illegible] b) As cópias dos elementos acima referidos serão fornecidas [illegible] c) Data limite para obter a documentação: [illegible]

[illegible]

Anexo 3

Alguns dos modelos construídos

Lucro acumulado no Continente sem aumento anual do vencimento

$$\mathbf{C_n = 780n}$$

Lucro acumulado nos Açores sem aumento anual do vencimento

$$\mathbf{A_n = \begin{cases} 1805n, & n \leq 2 \\ 1910n - 210, & n \geq 3 \end{cases}}$$

Salário no Continente com 2% de aumento anual do vencimento

$$\mathbf{V_n = 150 \times 1{,}02^{n-1}}$$

Grupo B

Estratégias de Desenvolvimento Curricular

Dinamizadores:

Cecília Monteiro
Joana Porfírio
João Pedro da Ponte

As estratégias que se seguem nos processos de Desenvolvimento Curricular são de tal modo fundamentais que condicionam não só a natureza do currículo como o modo como ele vem depois a ser aplicado na prática educativa. Esgotado que está o grande ciclo de desenvolvimento curricular associado à reforma educativa de Roberto Carneiro, que podemos situar entre 1986 (ano da publicação da Lei de Bases do Sistema Educativo) e 1995 (ano em que se completou a publicação da primeira série de livros de texto referentes aos novos programas das diversas disciplinas), começou a questionar-se fortemente o que deve ser um currículo e como se deve processar o desenvolvimento curricular.

O que deve ser afinal um currículo, como documento orientador das actividades de ensino-aprendizagem? Um documento mais explícito nos objectivos pretendidos? Um texto descrevendo em grande pormenor os conteúdos a tratar, especificando claramente o seu nível de profundidade? Um documento prescritivo e detalhado no que respeita a metodologias, materiais e formas de avaliação? Ou, pelo contrário, um currículo deve ser um documento mais sintético, eventualmente mais centrado nos objectivos e deixando a parte metodológica e de avaliação a cargo do professor?

O Ministério da Educação lançou recentemente a ideia da definição de "competências nucleares". Deverá distinguir-se, num currículo, um tronco comum obrigatório para todos os alunos e uma parte flexível a ser gerida pelas escolas ou pelos territórios educativos? Como evitar que as "aquisições nucleares" se tornem num "programa mínimo"? Em suma, está em causa o carácter mais ou menos prescritivo e mais ou menos detalhado do currículo que deve vigorar nos diferentes níveis de escolaridade.

A elaboração do currículo está, entre nós, tradicionalmente entregue a organismos do Ministério da Educação, sendo muitas vezes encomendados a equipas de "especialistas" de reduzida representatividade e mais do que questionável competência. De fora, têm ficado intervenientes que poderiam dar contributos importantes como os professores e a comunidade dos investigadores em educação. Qual o papel desejável para a investigação educacional? De que modo pode ela contribuir para a criação de novos currículos? O que tem ela a dizer sobre a sua implementação prática e a sua avaliação? E quais os modos como se pode fazer intervir os professores neste tipo de processos?

Durante o corrente ano lectivo o Ministério da Educação lançou um movimento de gestão participada do currículo, primeiro no ensino básico e depois também no ensino secundário. Quais as virtualidades e limitações deste tipo de processos? Que efeitos podem ter nas escolas a discussão de documentos como os propostos?

Cada vez mais é reconhecido que o professor tem um papel importante a desempenhar não só na elaboração mas também na interpretação desse mesmo currículo. O que se pode esperar de cada professor individual? O que se pode esperar de colectivos de professores institucionalizados como os conselhos escolares, conselhos de grupo e conselhos de turma? Que competências são necessárias ao professor para que ele assuma um verdadeiro papel de protagonista na elaboração e aplicação de um currículo?

Uma outra novidade do período pós-reforma educativa é o surgimento dos currículos alternativos, que desencadearam uma das mais fortes polémicas educativas dos últimos tempos. Deixando provisoriamente entre parêntesis as apaixonadas discussões contra/a favor, poderá ser útil analisar o que nos dizem as experiências que se têm desenvolvido. É possível articular as (diferentes) perspectivas e interesses dos professores de uma mesma turma de currículos alternativos? Que estratégias de avaliação intermédia podem usar os professores para fazer a "monitorização" da implementação deste tipo de currículos? Qual o papel que os alunos podem e devem ter na construção dos currículos alternativos? Que condições devem existir na escola tendo em vista a concepção e implementação destes currículos? Quais as principais diferenças dos currículos alternativos na disciplina de Matemática em relação aos currículos-padrão? nos objectivos? nos conteúdos? nas metodologias? na avaliação?

As comunicações deste grupo, de uma ou outra forma, todas elas dão os seus contributos para estas questões, evidenciando que o nosso conceito de currículo está em evolução e que nesse processo de mudança uma palavra cabe, sem dúvida, aos professores e aos investigadores educacionais. Evidencia-se também que os processos de gestão participada podem ser positivos e mobilizadores, desde que os seus objectivos sejam realistas e claramente indicados aos respectivos intervenientes, muito embora os seus efeitos só se possam fazer sentir no longo prazo. E, finalmente, as experiências relatadas com currículos alternativos mostram que em educação a prática muitas vezes prega partidas à teoria. A determinação e a criatividade pedagógica dos professores, desde que tenham margem para se exprimir, são frequentemente capazes de "dar a volta" a situações que pareceriam condenadas à partida, mostrando mais uma vez que são eles a grande força com que se tem de contar para a melhoria da qualidade educativa em Portugal.

Um Projecto de Currículo Alternativo no 3º Ciclo[1]

Maria Alexandra Pinheiro
Escola Secundária Marquês de Pombal

Introdução

Nestes últimos anos a Escola Secundária Marquês de Pombal tem sido procurada por alunos que pertencem a famílias de estratos sócio-económico e cultural desfavorecidos, com uma história anterior de repetência e com ausência de pré-requisitos fundamentais. Estes alunos caracterizam-se ainda por um risco de abandono escolar precoce frequentemente concretizado, elevado nível de conflictualidade/agressividade e por se envolverem em situações de pré-delinquência.

Ao longo do ano lectivo verifica-se que esta população regista um elevado nível de absentismo e insucesso escolar, associado frequentemente a "dificuldades de aprendizagem".

É este quadro que leva a comunidade escolar a reflectir e a procurar soluções que "prendam" os alunos à Escola, em lugar de, sem problemas de consciência pessoal e social, os "deixar ir embora".

Foi, pois, numa perspectiva de prevenção primária do insucesso e do abandono escolar que propusemos desenvolver o projecto de Currículo Alternativo.

Este projecto baseou-se nas conclusões das reuniões de uma turma de 7º ano, cuja preocupação central se relacionava com as aprendizagens não concretizadas, as situações de indisciplina e as dificuldades quotidianas na adequação do processo de ensino e respectivos objectivos, conteúdos, metodologias e recursos. Esta preocupação conduziria à convicção da imprescindibilidade de estabelecer para estes alunos um **desenho curricular base** aberto, flexível e heterodoxo, de acordo com a realidade da turma.

---

[1] Texto baseado no documento sobre um projecto de currículo alternativo formativo/integrador da turma C do 7º ano da Escola Secundária Marquês de Pombal.

A equipa pedagógica[2] continuou essa reflexão que se prolongou nos meses de Junho/Julho e culminou com a apresentação do projecto.

Nesta comunicação pretende-se, numa primeira fase, apresentar o conjunto de referenciais que perseguimos na sua construção, o plano curricular, em particular a disciplina de Matemática, e a avaliação que propusemos realizar.

Para terminar, faz-se, resumidamente, um balanço dos primeiros meses de trabalho, focando as reacções dos alunos e as respostas que os professores têm encontrado para ultrapassar os problemas surgidos.

O Projecto de Currículo Alternativo

O Sistema Educativo, conjunto de disposições legais, estabelece os objectivos de ensino e os conteúdos curriculares, a sua interdependência, a avaliação, a carga horária, os recursos humanos, financeiros e técnicos, propondo um determinado modelo de filosofia educacional.

O currículo é um projecto de intervenção pedagógica, que engloba programas pedagógicos operacionais, objectivos, conteúdos, recursos, estratégias e indicações relativas à avaliação.

A construção de um desenho curricular base aberto, flexível e heterodoxo pressupõe uma articulação entre o Sistema Educativo e o Currículo. Por isso, a equipa pedagógica para a sua realização apoiou-se em alguns meios legislativos, em particular no Despacho 22/SEEI/96 que cria os Currículos Alternativos, na Lei de Bases do Sistema Educativo e no diploma da Avaliação para o 3º Ciclo.

Conjunto de referências seguidas na construção do projecto

Quando procedemos à construção do desenho curricular, perseguimos um conjunto de referenciais:

- a imprescindibilidade de, para além das capacidades intelectuais, ampliar o aprofundamento das capacidades humanas (afectivas, emocionais,...), mantendo, no fundamental, os objectivos gerais de ciclo;

[2] A equipa pedagógica é constituída pelos professores da turma de currículos alternativos, por um elemento do Conselho Directivo e pela psicóloga dos serviços de Psicologia e Orientação da Escola.

- a necessidade de definir com rigor princípios que fundamentam e articulam o Currículo Alternativo, em particular núcleos integradores e capacidades transversais;
- a construção de um projecto de Currículo Alternativo com a duração temporal do 3º Ciclo do Ensino Básico (3 anos) destinado a alunos que tendo uma *relação conflituosa* com a escola revelassem um potencial capaz de obter sucesso escolar em circunstâncias específicas de aprendizagem;
- a oferta de um curso de formação em determinada área tecnológica (Electrotecnia) conducente à entrada na vida activa ou à continuação de estudos;
- a necessidade de estabelecer canais de comunicação permanentes entre a família e a escola, fomentando o hábito dos Encarregados de Educação participarem no processo educativo e dialogarem sobre o processo escolar dos educandos;
- a transformação de um conjunto de alunos marcados pelo abandono e exclusão escolares, que pelo nível etário seriam empurrados pelo Sistema Educativo para o ensino nocturno de unidades capitalizáveis, numa turma de referência pela procura do equilíbrio entre o **saber**, o **saber ser**, o **saber estar** e o **saber fazer**;
- a carga horária dos alunos seria semelhante à dos restantes dos alunos do ensino regular, embora esta turma privilegiasse um evidente reforço do número de horas na área tecnológica (10 horas).

Plano curricular

Na elaboração do plano curricular temos como princípio desenvolver metodologias de ensino activas e de atitudes, competências e conhecimentos que conduzam ao sucesso escolar e ao crescimento pessoal equilibrado e responsável, e dar uma atenção constante à heterogeneidade sócio-cultural, aos saberes e competências adquiridos, por forma a promover por um lado, o desenvolvimento de atitudes, capacidades e conhecimentos que favoreçam a aquisição de competências específicas numa área tecnológica (Electrotecnia), propiciadoras da entrada na vida activa ou continuação de estudos e por outro lado, a formação permanente.

Assim, a "realidade turma" constitui o referencial orientador das práticas pedagógicas e da realização do processo ensino-aprendizagem favorecedor da aquisição do "saber", do "saber fazer" e do "saber estar".

Por consequência, houve uma adequação dos objectivos e finalidades do ensino, dos conteúdos curriculares, das estratégias, das metodologias, dos instrumentos e dos meios de avaliação.

No decurso da elaboração de todo o processo de selecção, organização e sequencialização, optou-se por princípios flexíveis, adequados à especificidade das diferentes disciplinas e do próprio projecto, embora numa perspectiva integradora. Assim, optou-se por:

- a adaptação de currículos intervindo ao nível da temporização, isto é, modificando o tempo previsto para atingir os objectivos gerais do Ciclo. Intervindo ainda ao nível da gestão sequencial dos conteúdos, nas disciplinas de Português, Matemática, Inglês e Educação Física;
- a diversidade curricular em duas disciplinas, Ciências Sociais e Ciências do Ambiente, o que implicou a selecção e organização de conteúdos, actividades e tempos;
- a prioritização de um determinado componente curricular, Electricidade, com a necessária adequação dos objectivos, conteúdos, espaços, tempos e percursos educativos.

Avaliação

Consideramos que a avaliação formativa, integrada e reestruturada, individualizada e focada em função de metas e do percurso a realizar pelos alunos durante o ciclo de estudos, facilita a adequação sistemática do processo de ensino e proporciona as necessárias medidas de remediação. Assim, para além da dimensão formativa, favorecedora da construção do saber ser e saber estar, verifica os progressos nas capacidades de aprender e de fazer, nomeadamente de:

- assumir atitudes e desenvolver competências na área tecnológica conducente à inserção no mundo do trabalho ou continuação dos estudos;
- participar em situações reais ou simuladas de inserção na vida activa;
- seleccionar, sistematizar e memorizar a informação fundamental;

- aplicar os conhecimentos em novas situações;
- se empenhar na realização das tarefas;
- planificar as actividades a curto, médio e longo prazo;
- intervir com oportunidade, exactidão e precisão;
- cooperar, relacionar-se e respeitar o(s) outro(s);
- assumir as suas próprias responsabilidades;
- desenvolver competências e atitudes de autonomia.

A realização de um processo de ensino-aprendizagem mais rigoroso e eficaz requer a utilização de instrumentos de avaliação que favoreçam uma melhor observação e de registo das actividades desenvolvidas. Assim, utilizamos:

- fichas de auto-avaliação;
- questionários de opinião;
- ficha-síntese da avaliação formativa;
- grelha de observação.

Reconhecemos que o desenvolvimento de determinados valores e atitudes produzirá efeitos positivos nas actividades dos alunos. Por exemplo, a participação no processo de ensino, a realização das tarefas escolares, a organização dos materiais da disciplina, o desempenho das tarefas pelas quais se responsabiliza, a responsabilização do seu próprio comportamento e o desenvolvimento de hábitos de assiduidade e pontualidade.

Tendo por base a coerência que deve existir entre os meios de avaliação e o anteriormente exposto, estabelecemos como essenciais:

- participação nas actividades;
- organização do caderno diário;
- trabalhos de grupo e individuais;
- assiduidade e pontualidade;
- trabalho projecto (9º ano);
- fichas formativas, etc..

A Matemática no Projecto[3]

Um programa, num projecto desta natureza, constrói-se progressivamente através dos processos de decisão, investigação, resolução de problemas e de reflexão.

Consequentemente, o programa de Matemática respeita os objectivos gerais do actual programa do 3° Ciclo, adaptando, no entanto, a estrutura curricular: conteúdos, objectivos específicos, metodologias e avaliação.

Nesta adaptação tem-se a preocupação de incrementar a articulação horizontal (globalização, interdisciplinaridade, transversalidade) e vertical.

Finalidades e objectivos gerais

A finalidade deste programa é integrar nos processos de aprendizagem, tanto a aquisição de conhecimentos e estratégias cognitivas, como o desenvolvimento de aptidões e competências, de atitudes e valores. Por outro lado, ajustar as metodologias e, evidentemente, os processos de avaliação, à diversidade de ritmos, interesses, dificuldades e experiências prévias dos alunos, de forma a promover o sucesso dos alunos e, portanto, contribuir para a preparação destes para a vida activa ou continuação de estudos.

Os objectivos gerais, a nível de atitudes e capacidades, como se referiu anteriormente são os mesmos do programa do 3° Ciclo.

Conteúdos temáticos e objectivos específicos

Relativamente aos conteúdos temáticos adaptou-se o actual programa do 3° Ciclo, porque:

- é extenso a nível dos conteúdos e, por consequência, não permite o desenvolvimento de determinadas metodologias importantes para a formação do aluno;
- existe uma dispersão de capítulos o que, naturalmente, dificulta a organização e gestão. Promove ainda uma abordagem relativamente superficial em vários capítulos, pois "no outro capítulo relacionado com este aprofunda-se mais o tema, mas quando chegam a esse capítulo já se esqueceram de tudo".

---

[3] Este trabalho está, ainda, numa fase embrionária.

Consequentemente, decidiu-se fazer pequenos cortes e distribuir os conteúdos por temas:

7º ANO

1º Período

TEMA: Geometria

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Problemas e jogos envolvendo figuras geométricas. Construção de triângulos e quadriláteros. Propriedades dos triângulos e dos quadriláteros. Eixos de simetria em figuras geométricas. Propriedades das simetrias. Composição e decomposição de figuras geométricas. Áreas de figuras planas.	Resolver problemas envolvendo figuras geométricas, … Utilizar instrumentos de medição e de desenho para construir triângulos e alguns quadriláteros. Resolver problemas relacionando entre si propriedades das figuras geométricas. Identificar eixos de simetria. Identificar os eixos de simetria de um desenho, de um padrão, … caso exista. Decompor um polígono em triângulos e quadriláteros e relacionar entre si as figuras obtidas, fazendo conjecturas e experiências e justificar raciocínios. Por composição de figuras, obter uma figura dada. Determinar área de figuras planas.

2º Período

TEMA: Números e Cálculo

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Conhecer melhor os números: Problemas e jogos sobre números, envolvendo números inteiros, fraccionários e decimais. Números inteiros relativos. Potências de base dois (e não só...). Raiz quadrada e raiz cúbica. Números Racionais: Representação na recta. Ordenação. Valores aproximados. Adição algébrica. Multiplicação e divisão.	Procurar estratégias adequadas à resolução de problemas de números, discutindo e confrontando diferentes processos utilizados. Operar com potências, usando sempre que oportuno as regras para multiplicar potências da mesma base, em particular na base 2. Determinar raízes quadradas e cúbicas, usando valores aproximados quando necessário. Interpretar situações reais usando números relativos. Representar números racionais na recta. Ordenar números racionais. Comparar e operar com números racionais representados sob diversas formas, escolhendo o tipo de cálculo adequado à situação. Traduzir dados de um problema simples de uma linguagem para outra e calcular o valor numérico.

3º Período

TEMA: Proporcionalidade Directa

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Problemas envolvendo situações de proporcionalidade directa: Percentagens e permilagens. Juros. Impostos. Câmbios. Tabelas. Gráficos cartesianos.	Resolver problemas da vida corrente que envolvam a proporcionalidade directa. Traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra. Reconhecer situações de proporcionalidade directa, apresentadas de formas diversas, indicando a constante de proporcionalidade.

8º ANO

1º Período

TEMA: Números e Cálculo

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Ainda os números: Problemas e jogos envolvendo potências de expoente inteiro. Escrita de um número em notação científica. Expressões algébricas: Representação de números por letras e fórmulas. Monómios e polinómios; operações com monómios e polinómios (adição, multiplicação e casos notáveis). Equações: Equações do 1º grau. Equações literais. Sistemas de duas equações.	Calcular o valor de uma potência de expoente inteiro. Comparar potências e operar com potências de expoente inteiro. Escrever números em notação científica. Utilizar a notação científica para interpretar e comparar números ou grandezas físicas. Traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra e calcular o valor numérico de expressões com variáveis. Identificar polinómios e operar com polinómios simples. Interpretar o enunciado de um problema e traduzi-lo por meio de uma equação. Procurar soluções de uma equação do 1º grau, e resolver, utilizando as regras. Interpretar e criticar a solução de uma equação no contexto de um problema. Resolver equações literais simples, nomeadamente fórmulas usadas noutras disciplinas, em ordem a uma incógnita. Encontrar soluções de uma equação literal. Verificar se um par ordenado é solução de um sistema. Resolver sistemas pelo método de substituição e/ou graficamente. Interpretar e criticar a solução de um sistema de equações, no contexto de um problema. Discutir o processo utilizado na resolução de um problema.

2º Período

TEMA: Geometria

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Semelhança de figuras: Ampliação e redução de figuras. Propriedades. Construções à escala. Transformações geométricas: Rotações. Translações. Teorema de Pitágoras e suas aplicações.	Construir uma figura semelhante a outra, explicando a estratégia utilizada. Relacionar o perímetro e a área de figuras semelhantes. Identificar transformações geométricas na vida quotidiana. Identificar rotações e translações. Efectuar rotações e translações de figuras. Decorar uma região plana, usando as transformações geométricas. Resolver problemas simples que envolvam transformações geométricas. Resolver problemas, aplicando o teorema de Pitágoras.

3º Período

TEMA: Estatística

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Recolha e organização de dados: Tabelas. Frequência absoluta. Frequência relativa e percentagem Gráficos. Medidas de tendência central	Recolher dados respeitantes a situações reais através de inquéritos, jornais, revistas, ... Construir tabelas de frequência e gráficos circulares e de barras, a partir de dados, e interpretar informação contida em gráficos ou tabelas que lhe sejam fornecidos. Analisar e comparar distribuições, recorrendo nomeadamente a medidas de tendência central, formulando hipóteses, comunicando e discutindo as conclusões obtidas. Realizar um trabalho de organização, representação e interpretação de dados, fundamentando afirmações, comunicando conclusões e fazendo conjecturas. Criticar análises estatísticas.

9º ANO

1º Período

TEMA: Geometria

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Visualização e representação. Cortes de sólidos. Planificação e construção de sólidos. Áreas e volumes de sólidos geométricos.	Desenvolver a visualização na relação Espaço-Plano-Espaço. Identificar a construção, dadas as vistas e construir um objecto a partir das vistas. Indicar e desenhar as vistas de um objecto. Seleccionar estratégias de resolução. Interpretar e criticar o resultado dentro do contexto da situação. Identificar e descrever sólidos. Descrever a intersecção de um sólido e um plano e desenhar uma representação da intersecção obtida. Planificar um sólido, desenhar essa planificação e identificar as respectivas figuras. Distinguir área e volume de um sólido. Determinar áreas e volumes de sólidos.

2º Período

TEMA: Números e Cálculo

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Números reais. Inequações: Dízimas. Números irracionais. Números reais. A recta. Intervalos. Inequações. Equações do 2º grau. Lei do anulamento do produto. Fórmula resolvente.	Relacionar números reais com o tipo de dízimas que o representam. Indicar valores aproximados de um dado número real, controlando o erro. Comparar números reais. Interpretar e representar, gráfica e simbolicamente, intervalos de números reais, assim como a intersecção e a reunião de intervalos. Verificar se um número é solução de uma inequação.

Especificação dos temas	Objectivos específicos
	Resolver inequações do 1º grau a uma incógnita. Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para linguagem matemática. Decompor um binómio ou um trinómio em factores, com vista à resolução de equações. Resolver equações do 2º grau, procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação. Interpretar e analisar as soluções de uma equação, no contexto de um problema.

3º Período

TEMA: Trigonometria

Especificação dos temas	Objectivos específicos
Razões trigonométricas de ângulos agudos. Tabelas de valores naturais e calculadora. Problemas de aplicação à vida real.	Determinar razões trigonométricas de um dado ângulo agudo. Determinar um ângulo agudo conhecida uma das suas razões trigonométricas. Procurar estratégias adequadas para determinar distâncias a locais inacessíveis, altura de edifícios, … Resolver problemas variados ligados a situações concretas. Perceber a importância da trigonometria para as várias ciências.

Metodologia

No desenvolvimento deste programa procura-se essencialmente realizar actividades que sejam significativas para os alunos, isto é, a implementação do programa incide sobretudo na natureza das actividades (exploratórias e de investigação), na resolução de problemas, procurando sempre a discussão e a reflexão crítica. Procura-se ainda a criação de actividades de "treino", por forma a que o aluno desenvolva hábitos de trabalho.

Estas propostas de trabalho são desenvolvidas individualmente e em grupo.

Breves Comentários

Todos os alunos que integram a turma de Currículos Alternativos foram previamente entrevistados e informados dos objectivos do Projecto, acompanhados pelos respectivos Encarregados de Educação.

Ao confrontarmo-nos com as nossas rotinas e as dos nossos alunos, deparamo-nos com a necessidade de aplicar metodologias diversificadas e activas. Necessitamos ainda de promover a gestão de uma temporização flexível mas adequada, a reformulação permanente de estratégias e a avaliação sistemática como suporte referencial dessa reformulação.

Foi muito importante a criação de uma equipa pedagógica coesa, leal e frontal, capaz de, sem reservas, promover a partilha, provocar a dúvida, combater a inércia, gerir o conflito e procurar a eficácia.

Temos verificado a distância entre a teoria e a prática, o que se pretende e o que se consegue. Nem sempre temos obtido o devido retorno do nosso esforço. Já tivemos alguns momentos de desalento. Temos algumas dúvidas e certezas, mas sobretudo princípios e convicções e acreditamos na validade do nosso trabalho.

Desta actividade permanentemente recomeçada, reflectida e dialogada, atrevemo-nos a aspirar uma recompensa no final. O sucesso escolar da esmagadora maioria dos alunos no Projecto.

"Caminhante, não há caminho.
Faz-se o caminho ao andar."
António Machado

"Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico": avanço ou recuo?

Fernando Nunes
Escola Básica 2,3 Marquesa de Alorna
Isolina Oliveira
Escola Básica 2,3 Damião de Góis

Para ser realizado durante o ano lectivo em curso, o Departamento de Educação Básica (DEB) do Ministério da Educação lançou um debate alargado a todas as escolas com ciclos de escolaridade básica, no sentido de ser identificado um perfil de competências à saída do ensino básico e de serem definidas por ciclo de escolaridade "aprendizagens/aquisições nucleares" ajustados à consecução desse perfil, a garantir a nível nacional para todos os alunos, apontando-se para a existência de "modos flexíveis e mais adequados de gerir os programas por escola ou grupos de escolas".

Até esta altura, foram distribuídos três documentos que a seguir se comentam.

O **Documento 1** — Gestão curricular, linhas orientadoras apresenta no seu início os pressupostos da discussão e que são:

- manutenção dos programas do Ensino Básico (EB) actualmente em vigor;
- lançamento do debate sobre propostas de gestão curricular que se pretende mais eficaz e flexível, com a intenção de identificar um perfil de competências no final do EB, definir aprendizagens/ /aquisições nucleares por disciplina/área e ciclo e prever modos flexíveis e mais adequados de gestão do programa;
- debate generalizado de todos os documentos.

Em seguida faz-se uma caracterização de factos relevantes relativos ao enquadramento e contexto do estado actual da reforma no nosso país. Nessa análise global da última reforma curricular em Portugal reconhece-se a existência de lacunas e desarticulações várias, reconhecendo que,

genericamente, está adequada e alinhada com as principais tendências dos sistemas educativos actuais das sociedades ocidentais (ênfase nas finalidades formativas, importância dos processos, articulação dos saberes com a vida e a experiência, consideração de projectos transcurriculares, diferenciação de estratégias e respeito pelos modos de aprendizagem e diferentes culturas). É reconhecido que o currículo, enquanto "projecto de promoção de aprendizagem participada pelos seus gestores e agentes — os professores — está longe da cultura do sistema educativo português e da prática dos docentes", exemplificando com as dificuldades sentidas em campos novos em que se apela à autonomia do professor, por exemplo a Área-Escola e que existe a necessidade de ampliar o protagonismo dos professores, modificando o funcionamento dos orgãos de gestão da escola mais ligados à gestão curricular. É também reconhecido que existe uma insatisfação dos pais e professores quanto aos conhecimentos dos alunos no início de cada ciclo, acontecendo o mesmo no ensino secundário e em relação à entrada na vida profissional.

O Documento 1 prossegue com a identificação das linhas-mestre das reformas curriculares dos anos 80 e 90, sendo os seus princípios os seguintes:

- adequação da formação às novas realidades;
- educação escolar como base de referência e ponto de partida para uma aprendizagem contínua ao longo da vida;
- ênfase no desenvolvimento de competências;
- acesso para todos a uma cultura geral de referência;
- perspectiva integradora dos saberes;
- interacção da escola com a comunidade.

Estes princípios são considerados consensuais para os professores, pais, alunos e instâncias sociais, algo que coloca desde já algumas interrogações que o documento não resolve por omissão da apresentação de dados que comprove este facto. A consensualidade não parece ser clara, pois basta olhar para as diferentes posições, por vezes antagónicas, que actualmente se confrontam publicamente.

São identificados problemas que se prendem com a eficácia, qualidade e sucesso das aprendizagens:

- extensão e rigidez dos programas (coincidente com os dados disponíveis — Nunes e Guimarães, 1995);
- insuficiência das aprendizagens essenciais no EB (parece existir uma relação com a pressão societária e o reconhecimento da insuficiência das aprendizagens anteriormente referido);
- insuficiente autonomia concedida aos professores e às escolas;
- insuficiente interacção do currículo com o seu contexto envolvente.

O **Documento 2** — Perfil de competências à saída do EB, aponta para a identificação de competências que todos os alunos devem possuir, à saída do EB, assumindo como pressupostos orientadores os seguintes:

a) necessidades dos alunos para o prosseguimento dos estudos e a integração na vida activa;
b) o desenvolvimento pleno do indivíduo e a sua inserção numa vivência social equilibrada;
c) exercício responsável da cidadania;
d) desenvolvimento da capacidade de gerir uma aprendizagem contínua ao longo da vida;

Será de notar que logo no início aparece o prosseguimento de estudos, como se fosse a principal preocupação a estabelecer a lógica do processo. Aliás, a unidade do ensino básico nunca é assumida explicitamente ao longo dos documentos, evitando o despoletar dessa importante discussão que pode ser clarificadora no sentido de orientar futuras opções.

Numa lógica de intervenção de todas as disciplinas e de consolidação gradual ao longo dos ciclos, as competências, em 15 itens, são apresentadas de modo a "garantir que todos os alunos sejam capazes de:

1) Usar correctamente a língua materna para pensar, aprender e comunicar.
2) Procurar, organizar e registar com clareza informação recolhida em fontes de natureza diversa.
3) Dominar, pelo menos, uma língua estrangeira em termos da sua utilização funcional e do acesso à informação.
4) Utilizar elementos básicos das tecnologias da informação.

6) Mobilizar e utilizar conhecimentos e competências matemáticos na

comunicação, na compreensão da realidade e na resolução de situações e problemas.

10) Trabalhar em cooperação com outros.

12) Tomar decisões e fundamentar as suas opções.

13) Apreciar esteticamente o mundo e compreender referências culturais básicas do universo das expressões artísticas.

14) Aplicar conhecimentos adquiridos em situações da vida quotidiana."

Retirámos da lista os itens em que a Matemática poderá assumir uma contribuição clara. O 3) aparece para se chamar à atenção a dificuldade de atingir na totalidade este perfil para todos os alunos, tal como está enunciado. Parece-nos que este facto pode ter consequências perversas originando nos professores uma frustração, por não conseguirem que os seus alunos atinjam os objectivos, ou uma certa indiferença, por acharem irrealista que eles sejam atingidos, perdendo-se assim uma série de "faróis" que consideramos importantes.

O **Documento 3** é formado por vários documentos específicos para cada uma das áreas ou disciplinas dos vários ciclos de escolaridade. No que se refere à Matemática, o seu conteúdo apresenta-se completamente descontextualizado dos programas em vigor.

A principal objecção que, a nosso ver, se deve colocar tem a ver com a natureza das "aprendizagens/aquisições nucleares" propostas. Uma análise dos documentos 3A, 3B e 3C, aponta para uma concepção pobre do que significa aprender matemática. De facto, várias razões justificam esta opinião: a lista de "aquisições" aparece por tema, sem qualquer estabelecimento de conexão entre eles; não existe qualquer ligação entre a aquisição e o processo de aprendizagem; é patente uma ênfase nos processos de pensamento associados a "conhecer", "calcular" e "usar procedimentos"; desaparecem, em relação aos programas, quase totalmente os objectivos relativos à compreensão, à investigação e resolução de problemas, enquanto os domínios das capacidades e das atitudes, como conteúdos de aprendizagem dos programas em vigor, estão ausentes.

Pode afirmar-se que o que é considerado como nuclear nas aprendizagens surge como sendo um somatório de aquisições de conceitos e de procedimentos, numa perspectiva de forte hierarquização, realizados sem a consideração de qualquer contexto e desligados entre si e da realidade, minimizando a resolução de problemas como actividade despoletadora dessas aprendizagens (em contradição com o que é assumido nos programas).

A consideração de que o nuclear na aprendizagem da matemática se esgota no conhecimento de factos específicos e na utilização de procedimentos rotineiros, esquecendo os processos e valorizando quase exclusivamente os produtos, além de estar em contradição com a filosofia dos programas e com o que é afirmado no Documento 1, reduz o esforço no ensino da matemática para uma insistência na exercitação repetitiva e rotineira e na memorização de factos específicos que o aluno terá de saber, sem qualquer ligação a contextos significativos ou à realização de actividades ricas, empobrecendo todo o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. A comunicação e o raciocínio são domínios que não se encontram contemplados no que é definido como aprendizagens nucleares.

Vários e numerosos são os exemplos que poderiam ser citados para ilustrar a filosofia que presidiu à elaboração das "aprendizagens/aquisições nucleares" — apenas chamadas "aquisições nucleares" no 1° ciclo — no entanto, referiremos apenas alguns. O objectivo do programa do 3° ciclo, "Ampliar e reduzir uma figura, dada a razão, relacionando os conceitos de semelhança e de proporcionalidade" é traduzido como "Identificar polígonos semelhantes". No 2° ciclo, "Descobrir, a partir de actividades de construção de triângulos, uma relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo" passa a "Conhecer a relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo". Enquanto, no 1° ciclo, "Representar, no geoplano, triângulos, rectângulos e quadrados em diferentes posições e reproduzi-las em papel ponteado" e "Desenhar figuras geométricas simples com algumas regras" se reduz a "Conhecer e representar figuras planas: círculo, triângulo, quadrado, rectângulo, losango e paralelogramo". Finalmente, é de referir a obrigatoriedade de "conhecer o conceito de perímetro" e de "conhecer o conceito de área" no 1° ciclo, ao passo que a distinção entre esses dois conceitos apenas se fará no 2° ciclo...

Para o estabelecimento das aprendizagens/aquisições nucleares foi feita uma interpretação, que se considera redutora e não consentânea com os princípios definidores dos programas. Neste contexto, ocorre perguntar se a filosofia a presidir ao reajustamento prosseguirá a tendência de enfatizar a aquisição de conhecimentos de factos específicos e a utilização de procedimentos rotineiros, sugerindo uma forte hierarquização na aprendizagem matemática. É esta a matemática que se pretende para todos os alunos?

Várias são as observações que achamos pertinentes, em relação a todo o processo da reflexão participada. Os aspectos que consideramos serem francamente positivos (lançamento de discussão, assumir a necessidade de flexibilização...) podem ficar inviabilizados pela inexistência de uma discussão em torno de certas questões, e que deveria preceder a reflexão participada: O que é o Ensino Básico? Como deve estar organizado? Qual é o estatuto das aprendizagens/aquisições nucleares? São objectivos mínimos? — nos próprios documentos existem expressões diferentes para as nomearem. A definição destas aprendizagens/aquisições nucleares assegura uma efectiva qualidade da aprendizagem? Uma consequência perversa desta falta de definição pode ser o aparecimento de um novo "programa" de matemática redutor, provocado pela sua extensão (a quase totalidade dos conhecimentos dos programas fazem parte das "aprendizagens/aquisições nucleares"), o que inviabiliza o exercício de uma flexibilidade assumida, a filosofia marcadamente diferente e a própria publicitação. Na realidade, existiu uma divulgação e uma discussão mais alargada em torno destes documentos nas escolas, em contraste com o que aconteceu aos próprios programas, na altura em que foram lançados.

Não existindo tradição, entre os professores, de desenvolvimento curricular, serão criadas condições para que essas intenções tenham possibilidades de singrar no terreno? Sendo patente uma exigência alta em todos os ciclos, como poderão os professores geri-la? Como é que cada ciclo contribui para a realização do perfil? Existem fases definidas para se irem atingindo?

A natureza das aprendizagens/aquisições nucleares propostas encerra na sua essência uma contradição fundamental com a filosofia assumida dos programas, apesar de pressuporem a manutenção desses mesmos programas.

Existe também uma desarticulação entre as "aprendizagens nucleares" propostas para a matemática e o perfil de competências para o final do ensino básico e que <u>todos</u> os alunos devem possuir. Na realidade, é difícil ver em que medida pode a Matemática contribuir para a realização desse perfil. Por exemplo, "Utilizar elementos básicos das tecnologias da informação", é um objectivo onde a Matemática pode ter uma contribuição importante. No entanto, as duas menções isoladas às calculadoras (uma no 1º, outra no 3º ciclo e nenhuma no 2º ciclo, apesar do programa referente a este último ciclo as considerar como um elemento integrante do programa) são os únicos sinais que se podem invocar.

Por tudo isto é necessário que se tomem algumas medidas que ajudem a tornar positivo todo o processo desencadeado pela reflexão participada dos currículos de Ensino Básico.

Referências

Departamento de Educação Básica, Ministério da Educação (1996). Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico — Documento 1, Documento 2, Documento 3.

Nunes, F. & Guimarães, H. M. (1994). Como vamos com os novos programas? O que dizem os professores. Educação e Matemática, 31, 27-33.

Desenvolvimento no Ensino da Matemática: Matemática Realista e Aprendizagem Autónoma

Jeanette Bisschop
Universidade da Beira Interior

Nos anos '60 havia um descontentamento com o ensino de matemática. Considerava-se que o ensino era demasiado mecanizado, que o aluno resolvia exercícios por repetição e que não chegava a entender a matemática que aplicava. Decidiu-se então alterar o ensino, dando prioridade à aprendizagem das estruturas matemáticas. A intenção desta alteração era motivar os alunos, desenvolver o seu raciocínio e mostrar-lhes a beleza desta disciplina.

A realização desta mudança, que recebeu o nome de Matemática Moderna, não conseguiu alcançar os objectivos. Em vez de apresentar uma disciplina transparente com uma estrutura clara e bem organizada que pode ajudar a resolver problemas, apareceu um conjunto abstracto de definições, teoremas e demonstrações em que os alunos não reconheciam a estrutura e que aparentemente não tinha ligação com a sua vida quotidiana. O ensino de matemática era diferente mas tornou-se outra vez numa mecanização, agora de demonstrações e aplicações de teoremas abstractos. Os alunos continuavam desinteressados e a matemática, além de ser considerada difícil, também era vista como não tendo utilidade.

Mesmo assim não podemos dizer que a Matemática Moderna era uma mudança indesejada de cuja realização o ensino sofreu durante muitos anos. A ideia chave de ensinar aos alunos o que é a matemática e que é importante que percebam o que fazem em vez de treinar a aplicação de regras, mantém--se. Queremos que desenvolvam o raciocínio e um espírito crítico. O que aprendemos da Matemática Moderna é que não funciona apresentar a teoria toda bem organizada e estruturada porque se não há uma motivação mais forte do que a beleza desta estrutura matemática (que para muitos alunos não é nenhuma beleza mas só uma complicação desnecessária) não podemos esperar que a maioria dos alunos esteja interessada em perceber esta estrutura

que, no seu ponto de vista, lhe serve para pouco ou nada.

Como podemos então organizar o ensino de matemática de modo que não se torne uma mecanização de regras nem a apresentação de uma estrutura bem organizada mas abstracta e desligada da realidade dos alunos?

Quando ficou claro que a Matemática Moderna não era a solução para os problemas do ensino, ocorreu, nos anos 80, um grande movimento de renovação em muitos países. As novas tendências parecem ter sido sintetizadas em 1989 pelo NCTM com as "Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar", dando prioridade à ligação à realidade e à resolução de problemas, ao raciocínio e à comunicação.

Na Holanda, já nos anos '70 começou o desenvolvimento de um ensino com características muito específicas, baseado nas ideias de Freudenthal. Este ensino que é realizado desde os anos '80, portanto muito antes das recomendações do NCTM, conhecemo-lo agora como a Matemática Realista. As ideias principais da Matemática Realista são que a Matemática é uma actividade humana, que para aprender matemática o aluno deve redescobrir os conceitos por si próprio e que para chegar a um desenvolvimento deve haver reflexão por parte do aluno sobre a sua actividade Matemática (Treffers e Goffree, 1985). As características mais importantes do ensino realista são:

- Um lugar dominante para problemas em contexto.
- Uma larga atenção dada ao desenvolvimento de modelos de situação, esquemas e simbolização.
- A grande importância das produções e construções dos próprios alunos que os conduzam dos métodos informais até aos mais formais.
- O carácter interactivo do processo de aprendizagem.
- Uma interligação entre os vários assuntos de aprendizagem.

Os problemas em contexto são escolhidos de várias áreas e servem tanto para o desenvolvimento de teorias novas pelos alunos como para a aplicação de conceitos. A ideia é que os alunos começam a resolução de um problema por métodos informais, desenvolvem esquemas e tabelas, procuram regularidades, descobrem regras que tentam provar e generalizar, chegando assim a métodos formais de resolução. Cada aluno deve trabalhar no seu próprio nível enquanto a interacção entre os alunos e entre os alunos e o professor lhes faz reflectir sobre a sua actividade matemática e faz aumentar a compreensão para os levar até um nível mais elevado. Neste ensino vemos uma realização das normas para o ensino de matemática como as estabelecidas pelo NCTM.

Aqui em Portugal, os programas actuais estão já em vários aspectos alinhados com as novas tendências curriculares a nível internacional. Os programas implicam a ligação à realidade, o uso de tecnologia moderna, a investigação pelos alunos e o desenvolvimento de uma atitude criativa e crítica. Mas se vamos ver a prática escolar actual não encontramos muitos destes aspectos. Os programas continuam a ser muito extensos e é difícil encontrar espaço para actividades diferentes. A maior preocupação é atingir os objectivos mínimos e preparar os alunos para as provas globais. Provas que não reflectem os aspectos metacognitivos do programa e não dão então razão para investir tempo nestas actividades que, apesar de serem interessantes, necessitam de muito tempo.

Também os livros escolares em geral não ajudam muito a alterar as aulas. Encontramos exemplos da vida real, que nem sempre são problemas reais mais antes exercícios tradicionais artificialmente ligados a uma situação real. A organização é quase sempre a mesma: apresentação de teoria, uns exemplos e exercícios para o aluno praticar. E mesmo quando os livros têm propostas para alguma investigação, esta não é feita, por levar muito tempo. O uso de tecnologia moderna podia oferecer uma outra visão da matéria. Por exemplo, no estudo de funções, um gráfico pode ser desenhado logo no início de um exercício e assim ajudar a encontrar as características da função ou, os gráficos de uma família de funções, podem visualizar a influência de um parâmetro. Até agora a realização disto é difícil por falta de disponibilidade de salas de computadores e calculadoras gráficas em muitas escolas. Também neste aspecto ainda não encontramos ajuda nos livros. Faz falta material para a sala de aula para usar a tecnologia e para aproveitar as vantagens desta. O uso do computador e da calculadora gráfica pode substituir parte das contas mais morosas, dar uma outra dimensão aos problemas e torná-los mais interessantes. Isto não quer dizer que os torne mais fáceis, já que o trabalho mecanizado é substituído por problemas de interpretação.

Com o ensino actual persiste um insucesso escolar elevado e mesmo quem entra no ensino superior encontra grandes dificuldades nas disciplinas de matemática e também noutras. As alterações dos programas, as provas específicas, a introdução das provas globais e a substituição das específicas pelos exames nacionais não parecem ter sido a solução.

O problema de insucesso escolar preocupa os responsáveis educativos em muitos países. Na Holanda considera-se que o número de desistências no ensino superior é demasiado elevado. No ensino não superior não existe o problema de insucesso. Há escolas de níveis diferentes e não se pode reprovar nem duas vezes no mesmo ano, nem dois anos seguidos. Se for preciso, muda--se de nível. Entra na universidade quem passa no exame nacional do 12° ano que é do nível mais elevado. Há vagas para todos, menos em alguns cursos, como a medicina. Os cursos são todos de 4 anos e não se pode atrasar mais que um ano, sob pena de nunca mais entrar numa universidade. É então no ensino superior que se torna mais saliente o problema do insucesso e dos alunos não saberem como estudar.

Nas discussões sobre este problema tem emergido a ideia que é essencial que os alunos desenvolvam uma maior autonomia na sua própria aprendizagem, que sejam capazes de gerir e responsabilizar-se muito mais pelos trabalhos escolares que realizam tanto em grupo como individualmente, e de estudar de um modo mais independente.

Espera-se melhorar esta situação aumentando a autonomia dos alunos do secundário no seu processo de aprendizagem. Esta aprendizagem autónoma significa que parte da responsabilidade pela aprendizagem passa do professor para os alunos e vai ser realizada em todas as disciplinas.

Hoogland (1995) usa a seguinte definição:

"Aprendizagem autónoma é uma visão da actividade escolar como totalidade em que o aluno é motivado de muitas maneiras para chegar autonomamente aos objectivos desejados e além disto aprende a aprender autonomamente."

Para desenvolver um currículo para este tipo de ensino é importante saber o que caracteriza o trabalho de um aluno que aprende bem. De Jong (1992) mostra que, quanto mais o aluno é capaz de regular o próprio processo de aprendizagem, melhores são os resultados. Partes da regulação como o planeamento da matéria, usando por exemplo um calendário de estudo, orientação na matéria e sua organização, a aplicação de conceitos, tal como uma auto-avaliação podem ser realizados pelos alunos. Abstracção e explicitação de conceitos difíceis e a motivação de estratégias sistemáticas de resolução ficam a cargo do professor tal como a avaliação final.

Para a aprendizagem de matemática, Freudenthal (1978) considera necessário que haja reflexão por parte do aluno sobre a sua actividade matemática. Dekker e Elshout-Mohr (1996) desenvolveram um modelo para a aprendizagem autónoma de matemática em que dividem esta reflexão em quatro actividades centrais: mostrar, explicar, justificar e reconstruir.

Mostrar é o mostrar do próprio trabalho. Explicar quer dizer explicar este trabalho, por exemplo, contando como foi feito. Justificar é tentar mostrar que está correcto. Reconstruir pode ser aplicado ao trabalho, à explicação ou à justificação. É na reconstrução que se pode verificar um aumento de nível. O resultado da reconstrução pode ser mostrado novamente e assim completa-se o ciclo de actividades.

Um aluno que trabalha individualmente pode realizar todas as actividades centrais, fazendo perguntas a si próprio, mas é mais fácil se trabalhar em pares ou em pequenos grupos. A comunicação na interacção estimula as actividades centrais. Por isso foram introduzidas no modelo além das actividades centrais, também actividades de interacção ou de comunicação.

Um colega pode, fazendo perguntas e pedindo explicação, provocar as actividades centrais. O professor também pode desempenhar este papel. Quando os alunos trabalham na mesma actividade podem aproveitar, além do estímulo do processo, as ideias do(s) colega(s), e é possível que procurem juntos soluções ou justificações. Quando dois alunos trabalham em interacção, as actividades centrais podem ocorrer simetricamente para os dois alunos.

No modelo seguinte trabalham dois alunos em interacção num problema complicado.

A e B trabalham na mesma actividade. O trabalho de cada um é diferente.

A trabalha		B trabalha
A pede a B para mostrar o trabalho	*Que fazes? Como tens tu? Que pensas?*	*B pede a A para mostrar o trabalho*
A realiza o próprio trabalho		B realiza o próprio trabalho
A mostra o próprio trabalho	**Tenho isto... faço assim... penso isto...**	**B mostra o próprio trabalho**
A realiza o trabalho de B		B realiza o trabalho de A
A pede a B para explicar o trabalho	*Porque fazes assim? Como fizeste?*	*B pede a A para explicar o trabalho*
A pensa sobre o próprio trabalho		B pensa sobre o próprio trabalho
A explica o próprio trabalho	**Faço assim porque... penso assim porque...**	**B explica o próprio trabalho**
A pensa sobre o trabalho de B		B pensa sobre o trabalho de A
A critica o trabalho de B	*Mas isso não está bem, porque...*	*B critica o trabalho de A*
A pensa sobre as críticas de B		B pensa sobre as críticas de A
A justifica o próprio trabalho	**Pensei que estava bem porque...**	**B justifica o próprio trabalho**
A pensa sobre a justificação		B pensa sobre a justificação
A critica o próprio trabalho	Pois não, não é assim porque...	B critica o próprio trabalho
A reconstrói o próprio trabalho	**É melhor quando faço assim**	**B reconstrói o próprio trabalho**

Legenda: **Bold: actividades centrais**
Standard: actividades mentais
Itálico: actividades interactivas

Este é o modelo mais completo com todos os tipos de actividades e intercâmbio de ideias. Quando um aluno trabalha sozinho ficam muitas componentes vazias, como por exemplo todos os itálicos, menos quando o aluno faz estas perguntas a si próprio. A ausência de componentes tem influência nas actividades mentais. Também quando um dos alunos não consegue começar com o problema ou quando o problema é demasiado fácil, de modo que os alunos concordam rapidamente sobre a solução correcta, não se aproveita o modelo todo. Podemos usar este modelo para comparar situações de aprendizagem autónoma e para estudar a relação entre situações de aprendizagem e os resultados desta aprendizagem.

Considera-se que o trabalho em grupo dá mais oportunidades de aprendizagem aos alunos. Yackel, Cobb e Wood (1991) investigam quais podem ser as vantagens do trabalho de grupo para os alunos e quais as medidas didácticas que podem optimizar estas vantagens. Concluem que as actividades devem desafiar os alunos e dar motivo a soluções diferentes. Propõem as seguintes regras de comportamento:

1. Colabora-se para chegar a soluções.
2. É mais importante entender e saber justificar resultados ou passos parciais do que chegar ao resultado correcto do problema.
3. É mais importante continuar com um problema parcial interessante do que fazer o número máximo de exercícios.
4. O grupo deve procurar consensos.

Sobre a recompensa ou avaliação, concluem que é importante que os alunos não sejam recompensados pela colaboração em si, nem pelos resultados de grupo. Têm a responsabilidade de seguir as regras de comportamento. A importância destas regras entende-se através do modelo. Seguir as regras estimula a realização das actividades centrais. Para que os alunos trabalhem para um aumento de nível, é importante que as instruções favoreçam o uso de tempo para realizar as actividades centrais e que sejam recompensados quando se esforçam para isto. Para manter a colaboração é importante que os problemas sejam suficientemente abertos e complexos e que os alunos dentro do grupo tenham potencialidade para chegar a ideias que interessam aos outros. Freudenthal aconselha para isto grupos heterogéneos mas não demasiado.

Numa situação de aprendizagem autónoma, o trabalho do professor será a escolha de actividades e a criação de um bom ambiente de trabalho. É ele que decide se o trabalho é feito individualmente ou em grupos. Em relação às actividades centrais, deve verificar se os alunos conseguem explicar e justificar o seu trabalho e se eles desenvolvem novos conceitos matemáticos.

Para que os alunos consigam aprender autonomamente na escola secundária será necessário prepará-los para este tipo de ensino nos anos anteriores. A preparação para a aprendizagem autónoma chama a atenção para vários aspectos deste ensino:

- Se toda a teoria nova é explicada claramente nas aulas, vai ser difícil que os alunos descubram conceitos sozinhos e se empenhem num problema complicado.
- Se toda a teoria nova é "descoberta" pelos alunos em pequenos passos através de exercícios, não vai ser fácil ensiná-los a dividir um problema maior em pequenas partes e resolvê-lo.
- Se aos alunos foi ensinado a resolver cada exercício com um algoritmo correspondente, vai ser problemático resolver situações em que é necessário combinar vários elementos.

O trabalho independente, individual ou em grupo pode ser uma boa preparação para a aprendizagem autónoma. Se os livros até ao 9º ano são desenvolvidos para um máximo de trabalho independente, pode o professor trabalhar para um aumento de autonomia dos alunos.

Esta ideia de valorizar a aprendizagem autónoma será certamente facilitada por algumas alterações na organização das actividades escolares, nomeadamente com menos horas de aulas expositivas e mais horas de trabalho dos alunos, de modo independente e/ou com orientação do professor. Apenas alterar os horários não garante que os alunos trabalham mais autonomamente, a condição necessária é uma alteração no diálogo e na organização entre o aluno e o professor. Na Holanda, o governo quer que todos as escolas secundárias (a partir do 10º ano) comecem a funcionar nesta sentido a partir de 1998. A alteração é recebida pelas escolas com muito entusiasmo.

Se olharmos para o ensino actual em Portugal encontramos nos programas indicações para a realização de um ensino ligado à vida real, com uso de tecnologias modernas, que desenvolve o raciocínio e um espírito crítico. Mas também são programas muito extensos, que com um ensino do tipo explicação de matéria, exemplos, exercícios, não deixa muito espaço para actividades diferentes, e ainda menos quando se tenta que todos os alunos compreendam a matéria mais ou menos.

Persiste um insucesso escolar elevado. Culpam-se os professores de não ensinarem bem e não cativarem os alunos; culpam-se os alunos de desinteresse e falta de estudo; culpam-se os pais de não acompanharem devidamente os filhos e, entretanto, cada um pensa que não merece ser culpado assim, que se esforça bastante, mas que sente uma incapacidade de conseguir melhor. Devemos então pensar se não será a estrutura do ensino que já não satisfaz as condições necessárias para a criação de um bom ambiente de aprendizagem. Houve alterações culturais sem acompanhamento da cultura escolar. Chegou a altura de adaptar a escola à cultura actual.

Nas nossas escolas não há uma diferenciação, como por exemplo em Inglaterra, onde os alunos trabalham em níveis, conforme as suas capacidades, em cada disciplina. Aqui em Portugal, espera-se que todos os alunos trabalhem ao mesmo nível e no mesmo ritmo. Temos uma só escola para todos os alunos, mas dentro desta escola devíamos respeitar que os alunos são diferentes, e dar-lhes a possibilidade de aprender no seu próprio nível, para aproveitar o máximo possível da escola. Tratar os alunos de um modo homogéneo não é favorável para a aprendizagem.

Um ensino com diferenciação tem consequências para a organização da aula. A parte dedicada à turma como totalidade diminui e a parte de trabalho individual ou em grupo aumenta. Para que todos os alunos tenham apoio na realização das suas actividades podem, numa fase inicial de um ensino deste tipo, as actividades ser acompanhadas de comentários, para que os alunos consigam seguir mais sozinhos. Mas não é a substituição do professor por instruções programadas o objectivo do trabalho independente. Uma vez que os alunos estejam mais habituados a trabalhar de modo independente, por vezes individualmente e por vezes em pequenos grupos, pode o professor tentar aumentar a autonomia dos alunos na sua aprendizagem, dando-lhes pouco a pouco mais responsabilidade. O papel do professor num ensino deste tipo é muito importante já que só resultará com uma boa orientação dos alunos e uma boa escolha de actividades.

Até agora, o aluno continua muito dependente do professor e espera que seja este a ensinar-lhe praticamente tudo. A responsabilidade pela aprendizagem é da escola. Talvez um aumento do trabalho independente, dando mais responsabilidade aos alunos, em que cada um trabalha no seu próprio nível, possa contribuir para alterar esta atitude. Além disto, podia dar oportunidades para realizar mais actividades metacognitivas do programa, sem causar uma diminuição da matéria estudada, já que os alunos médios e bons, trabalhando no seu próprio ritmo conseguem aprender tanto ou mais desta maneira do que conseguiam com o ensino tradicional. Os alunos mais fracos provavelmente ficam só com os elementos mais básicos, mas pelo menos esta parte podem chegar a dominar, já que são eles a descobrir os

conceitos e a realizar as tarefas.

Promover a aprendizagem autónoma e também a aprendizagem cooperativa requer certamente alterações na organização das actividades escolares, no tipo e natureza das tarefas que o professor propõe e no papel deste. Por exemplo, no caso das tarefas, será importante que sejam desenvolvidas de modo que admitam vários níveis de aprofundamento.

Neste momento não há muito material disponível para este tipo de actividades e penso que é da maior importância que haja mais discussão sobre isto, que se realizem experiências com este tipo de ensino e que se desenvolva material, de preferência numa interacção de desenvolvimento e experiências.

Penso que um aumento de autonomia na aprendizagem pode melhorar o ambiente nas aulas e diminuir o insucesso escolar, e pode contribuir para que haja mais gosto pela matemática e para que esta passe a ser mais uma actividade dos alunos em vez de uma actividade principalmente do professor.

Bibliografia

Dekker, R. & M. Elshout-Mohr (1996). Zelfstandig leren doe je niet alleen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 15(2), 20 - 27.

Freudenthal, H. (1978). *Weeding and Sowing*. Dordrecht: Reidel.

Hoogland, K. (1995). Wiskunde en zelfstandig leren. *Nieuwe Wiskrant*, 15(2), 0 - 14.

Jong, F.P.C.M. de (1992). Zelfstandig leren: Regulatie van het leerproces en het leren reguleren. Een procesbenadering. Proefschrift KUB, Tilburg.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Va.: The Council.

Treffers, A. & F. Goffree (1985). Rational Analysis of Realistic Mathematics Education. Em: Streefland, L. (ed): Proceedings of the Ninth Internacional Conference for the Psychology of Mathematics Education, OW & OC, Utrecht, 79 - 122.

Yackel, E. P. Cobb & T. Wood (1991). Small group interactions as a source of learning oportunities in second grade mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 22(5), 390 - 408.

Métodos Quantitativos -
- uma alternativa para o ensino artístico

Rita Bastos
Escola António Arroio

Este texto irá debruçar-se sobre um projecto que foi implementado na Escola Secundária António Arroio, no ano de lançamento da Reforma Curricular, por um grupo de professoras descontentes com a situação do ensino da matemática naquela escola.

Caracterização da Escola

A Escola Secundária António Arroio é uma escola tradicionalmente vocacionada para o ensino das artes visuais e adquiriu recentemente o estatuto de escola especializada em ensino artístico. Actualmente, todos os cursos que aí se leccionam são cursos do agrupamento 2, havendo 395 alunos a frequentar cursos gerais de Artes e 530 a frequentar cursos tecnológicos (ver quadro 1, em anexo). É, portanto, uma escola em que a maioria da população frequenta cursos predominantemente orientados para a vida activa.

A constituição do corpo docente, na sua quase totalidade pertencente ao quadro de nomeação definitiva, é também significativa no que diz respeito ao peso das disciplinas ligadas à Arte (ver quadro 2, em anexo). Dos 189 professores da escola, 51 pertencem ao 5º grupo, 9 ao 10º A (leccionam História da Arte) e 60 ao grupo de Técnicas Especiais, o que significa que aproximadamente 63,5% do corpo docente é constituído por professores de disciplinas de arte ou tecnologias ligadas à arte. No 1º grupo, o de Matemática, há apenas 11 professores.

Identificação do problema

Desde sempre, na Escola António Arroio, se verificaram grandes taxas de insucesso na disciplina de Matemática. Este facto era encarado como inevitável por muitos, professores e alunos, por acharem que a matemática não tem nada a ver com a arte e que os "artistas" não teriam facilidade em aprender a disciplina. Os professores de Matemática, em geral, sentiam-se pouco confortáveis com os resultados do seu trabalho e com o desprezo generalizado do resto da população da escola por esta disciplina. Esta situação, e a pressão dos colegas das outras disciplinas, chegava a ter como consequência, em muitos casos, algum facilitismo na classificação dos alunos.

Disto se foram apercebendo as professoras que viriam a integrar a equipa do projecto através de conversas mais ou menos informais com professores e alunos. Mas estas professoras estavam convictas que estas atitudes relativamente à matemática se deviam sobretudo a concepções formalistas e mecanicistas da matemática que lhes tinham sido transmitidas pelo ensino, e que isso poderia vir a ser alterado.

Quando, no processo de Reforma Curricular, se propôs a disciplina de Métodos Quantitativos como alternativa à disciplina de Matemática para os alunos dos cursos tecnológicos que assim quisessem optar, tivemos algumas esperanças que esta disciplina viesse a resolver alguns dos problemas, na medida em que era uma disciplina de matemática sem preocupações de preparação dos alunos para o ensino superior. No entanto, o programa oficial da disciplina de Métodos Quantitativos revelou-se completamente desadequado aos interesses, necessidades e aptidões dos alunos do ensino artístico: a palavra "geometria" não é sequer mencionada nesses programas, e é evidente, pela leitura do programa, que ele foi pensado apenas para os alunos de estudos humanísticos.

Proposta de intervenção

Foi por tudo isto que este grupo de cinco professoras se propôs implementar, em 1993/94, ano de generalização da Reforma Curricular, um projecto que seria simultaneamente uma experiência de inovação pedagógica e um projecto de auto-formação, e que teria como produto final uma proposta de programa para a disciplina de Métodos Quantitativos.

As preocupações principais que estiveram presentes a esta adaptação/alteração do programa foram:

- a inclusão de temas de geometria;

- a implementação de novas metodologias de ensino, nomeadamente no que diz respeito a situações de aprendizagem (resolução de problemas e actividades de investigação), à introdução de novas tecnologias, e à criação de um laboratório de matemática em que, à semelhança do que se passa nas oficinas de arte, c aluno tivesse condições para experimentar e fazer matemática;
- o tratamento de conexões matemáticas que contribuíssem para tornar as aprendizagens significativas para estes alunos, nomeadamente conexões entre matemática e arte, ou conexões entre assuntos da própria matemática numa perspectiva de valorização de raciocínios visuais.

Havia uma forte convicção, por parte das professoras, de que um programa que fosse ao encontro destas preocupações contribuiria para uma mudança nas concepções e atitudes da população estudantil face à matemática e, portanto, para a resolução do problema identificado.

O primeiro ano do projecto

Este projecto, que se chamou *Métodos Quantitativos para os alunos do ensino artístico - proposta de adaptação do programa*, foi apoiado e orientado pelo Centro de Formação da Associação de Professores de Matemática, aprovado pelo Conselho Pedagógico da Escola e acreditado pelo Conselho Coordenador da Formação Contínua.

Logo no início do ano lectivo foi dirigido ao Ministério da Educação um pedido de autorização para alteração do programa, juntamente com o primeiro documento do projecto, mas esse pedido nunca teve resposta. Também nessa altura, e no prosseguimento duma conversa havida entre uma professora do projecto e dois professores da Escola Soares dos Reis do Porto, a única escola do país com as mesmas características da Escola António Arroio, foi enviado o primeiro documento do projecto aos professores do 1° grupo daquela escola com um pedido de colaboração. Também esse pedido nunca teve resposta.

Durante o ano as professoras desenvolveram vários tipos de actividades:

- Actividades que chamaram de pesquisa e que incluíram:

- entrevistas a professores de arte e alunos do 12º ano, com o fim de compreenderem melhor as suas concepções sobre a matemática;
- levantamento de necessidades de conhecimentos matemáticos nas várias disciplinas da formação artística e tecnológica dos vários cursos;
- levantamento de situações problemáticas a que os alunos fossem sujeitos nas outras disciplinas e para as quais a matemática pudesse dar algum contributo;
- leituras de artigos, livros e outros documentos que foram considerados de interesse para o desenvolvimento do projecto.

- Actividades de formação externa, que consistiram em acções de formação dinamizadas por formadores externos ao projecto e que eram abertas a todos os professores do grupo. Foram realizadas acções de formação sobre:
  - Materiais para o Ensino da Geometria;
  - Calculadoras Gráficas;
  - Cabri-géometre e Geometer's Sketchpad;
  - Avaliação;
  - Aplicações da Geometria.
- Reuniões semanais, em que se fazia o tratamento da informação recolhida, se planificava o trabalho, construíam-se materiais para as aulas e para avaliação, discutiam-se os resultados da aplicação desses materiais, e reflectia-se em geral sobre o trabalho que se estava a desenvolver e sobre os documentos que eram lidos. Também os relatórios do projecto foram, em parte, elaborados nestas reuniões.
- Actividades lectivas, em que se experimentavam os materiais produzidos, as metodologias propostas, etc. Algumas das aulas eram partilhadas por duas professoras, uma vez que nem todas tinham turmas de Métodos Quantitativos.
- Actividades de divulgação do projecto, nomeadamente, junto do primeiro grupo da Escola Soares dos Reis, como já foi referido, em sessões do Centro de Formação da APM, e na revista Educação e Matemática (n.º 30).

Durante o segundo período lectivo, realizou-se na escola uma reunião com o Núcleo de Ensino Artístico do Departamento do Ensino Secundário e alguns professores da escola que estariam a participar na elaboração de programas para as disciplinas de carácter tecnológico e artístico dos novos currículos oferecidos pela escola. Quando foi referido o projecto de programa de Métodos Quantitativos aos representantes do Núcleo de Ensino Artístico, estes não só se revelaram desconhecedores do projecto como também manifestaram o seu receio de um processo disciplinar às professoras envolvidas, por estas não estarem a cumprir o programa oficial.

Numa segunda reunião, em Junho, os mesmos representantes trouxeram uma proposta de pagamento do programa de Métodos Quantitativos, no âmbito de uma proposta de pagamento aos autores dos programas das outras disciplinas. Foi com surpresa e satisfação que as professoras do projecto ouviram esta proposta, já que o Ministério nem se tinha dignado autorizar o projecto e agora lhes propunha o pagamento do seu trabalho!

No fim deste primeiro ano, e juntamente com o relatório final do projecto, as professoras apresentaram a sua proposta de programa. Os alunos tinham reagido bem, o abandono tradicional à disciplina de Matemática não se tinha verificado na disciplina de Métodos Quantitativos apesar dos percursos de insucesso em Matemática que traziam antes de entrar nesta escola.

Os anos seguintes

Apesar do projecto estar inicialmente previsto para um ano, as professoras sentiram necessidade de continuar a trabalhar em conjunto na disciplina de Métodos Quantitativos. Têm continuado, até agora, a fazer as suas reuniões semanais, a construir e analisar materiais para as aulas e para avaliação, a reflectir sobre o seu trabalho nas aulas.

No segundo ano, 1994/95, o Departamento do Ensino Secundário contratou o grupo do projecto como "equipa de programas de Matemática e Métodos Quantitativos para as Escolas António Arroio e Soares dos Reis". Entretanto, e no âmbito da reformulação dos currículos destas duas escolas, a disciplina de Métodos Quantitativos passou a disciplina bienal e o grupo do projecto reformulou o programa proposto para dois anos, o que entrou em vigor no presente ano lectivo, 96/97. No entanto, o grupo do projecto pensa que o programa não irá resultar na Escola Soares dos Reis, uma vez que os contactos que fez com os professores do 1º grupo dessa escola revelaram um total desacordo com o projecto e o programa proposto. Houve várias propostas da nossa parte para que se debatesse o programa, mas os professores da Soares dos Reis recusaram sempre, alegando discordâncias de base que nunca chegamos a esclarecer.

Também no segundo ano a equipa divulgou o projecto no ProfMat 94, e tem posteriormente vindo a divulgá-lo noutros encontros de professores.

No ano lectivo em curso, 1996/97, a equipa tem vindo a fazer novos investimentos na resolução de problemas que tem vindo a sentir na sua prática pedagógica, como sejam a gestão das interacções na sala de aula, nomeadamente do trabalho de grupo, e também a continuar a investir em questões em que ainda sente estar muito aquém do pretendido, como sejam as relações entre arte e matemática.

Conclusão

Este trabalho constitui um projecto de desenvolvimento curricular que teve alguns bons resultados, até inesperados, como já referimos. Muitos colegas de outras escolas, que também têm alunos de arte, pedem-nos, por isso, para utilizar o nosso programa na disciplina de Métodos Quantitativos, como sendo a resolução dos problemas que têm com os seus alunos.

É nossa convicção que se este programa resultou com os nossos alunos, não é devido apenas ao programa em si, mas a todo o processo que esteve na sua origem e na sua aplicação: desde as convicções dos professores envolvidos, de que todos os alunos podem aprender matemática, às suas concepções sobre a matemática e o seu ensino, passando pela discussão que envolveu a escolha dos conteúdos e pela reflexão sobre as metodologias, passando também pelo envolvimento na construção dos materiais e pelo empenhamento em avaliá-los e melhorá-los, até à cultura de colaboração que se foi instituindo, todos estes são factores tão ou mais importantes do que um programa, quando se pensa um currículo. A prova disso é que, como se viu, o programa não serve para os professores da Escola Soares dos Reis, em muito idêntica à António Arroio e não vai, muito provavelmente, trazer quaisquer benefícios aos alunos.

Anexo

CURSOS	**10º**	**11º**	**12º**	**TOTAIS**	
Curso Geral de Artes	162	116	117	395	**395**
Curso Comunicação Audiovisual	53	35	34	122	
Curso Comunicação Gráfica	49	35	42	126	
Arte e Técnica de Ourivesaria e Metais	25	21	17	63	**530**
Arte e Design Cerâmico	25	16	13	54	
Arte e Design Têxtil	21	14	28	63	
Tecn. de Design de Equipamento	51	20	31	102	
TOTAIS	**386**	**257**	**282**	**925**	

Quadro 1 - Distribuição dos alunos por cursos em 1996/97

Grupo disciplinar	Número de docentes	PQND	PQZP	PCPR
1º	11	11		
3º	3	3		
4ºA	6	6		
4ºB	6	6		
5º	**51**	51		
7º	2	2		
8ºA	7	7		
8ºB	9	9		
9º	8	8		
10ºA	**9**	8	1	
10ºB	10	8		2
12º	2	2		
EF	5	5		
Téc. Esp.	**60**	25		35
Total	189			

Quadro 2 - Corpo docente em 1996/97